Prof. Dr. A. Goerdt
L. Falke

TU Chemnitz
Wintersemester 2015/2016
6.10.2015

Theorie der Programmiersprachen

2. Übung

1. Aufgabe: *(Craig'scher Interpolationssatz)*
Es gelte $\models (F \to G)$ und es gibt mindestens eine atomare Formel, die sowohl in F als auch in G vorkommt. Man beweise, dass es eine Formel H gibt, die nur aus atomaren Formeln aufgebaut ist, die sowohl in F als auch in G vorkommen, mit $\models (F \to H)$ und $\models (H \to G)$.

Hinweis: Induktion über die Anzahl der atomaren Formeln, die in F, aber nicht in G vorkommen.
Andere Möglichkeit: Konstruieren einer Wahrheitstafel für H anhand der Wahrheitstafeln von F und G.

2. Aufgabe: Übersetzen Sie folgende aussagenlogische Formel in eine erfüllbarkeitsäquivalente Formel in 3-KNF.

$$F = (x \vee \neg y) \leftrightarrow (y \wedge z)$$

3. Aufgabe: Demonstrieren Sie den Lauf des Polynomialzeitalgorithmus für Hornformeln anhand der folgenden Formeln.

$$\begin{aligned} F &= (A \to 0) \wedge \big((B \wedge C) \to A\big) \wedge (1 \to B) \wedge (B \to C) \\ G &= (A \to 0) \wedge \big((B \wedge C) \to A\big) \wedge (1 \to C) \end{aligned}$$

Geben Sie eine möglichst gute Laufzeitabschätzung bei Formelgröße m und Variablenzahl n an.

4. Aufgabe: Man gebe eine Formel an, zu der es keine äquivalente Hornformel gibt und begründe, warum dies so ist.

5. Aufgabe: Beweien Sie die folgenden Sachverhalte.

(a) Zu jeder Formel F gibt es eine äquivalente Formel G, die nur die Operatoren $\neg$ und $\to$ enthält.

(b) Nicht zu jeder Formel F gibt es eine äquivalente Formel G, die nur die Operatoren $\wedge$, $\vee$ und $\to$ enthält.