Prof. Dr. A. Goerdt
L. Falke

TU Chemnitz
Wintersemester 2014/2015
17.10.2014

Theorie der Programmiersprachen

10. Übung

1. Aufgabe: Beweisen Sie mittels Grundresolution *und* mittels prädikatenlogischer Resolution die Unerfüllbarkeit der folgenden Formel F.

$$F = \forall x \, \forall y \Big(\big(\neg P(x) \vee \neg P(f(a)) \vee Q(y) \big) \wedge P(y) \wedge \big(\neg P(g(b,x)) \vee \neg Q(b) \big) \Big)$$

Gegeben sei die Herbrandstruktur $\mathcal{A}$ mit

$$\begin{aligned} P^{\mathcal{A}} &= \{x \in D(F) \mid \text{Term } x \text{ enthält das Funktionssymbol } g\} \quad \text{und} \\ Q^{\mathcal{A}} &= \{x \in D(F) \mid x \neq b, x \neq a \ (x \text{ keine Konstante})\}. \end{aligned}$$

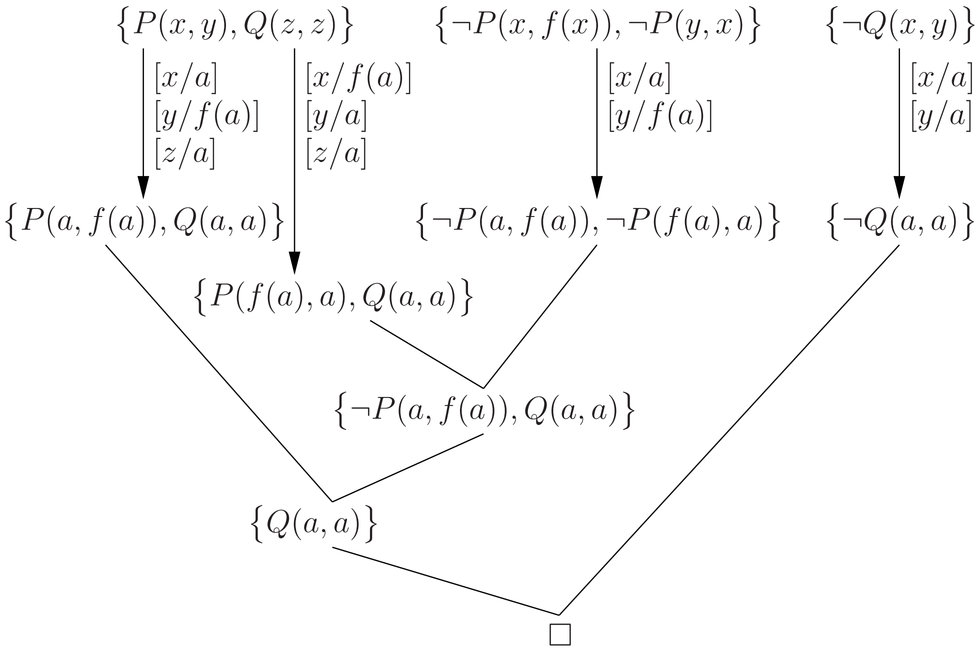
(a) Zeigen Sie durch „Hochgehen“ im Beweis, dass $\mathcal{A}$ kein Modell für F ist.

(b) Wiederholen Sie den Zusammenhang zur Herbrandexpansion. Geben Sie $E(F)$ an und zeigen Sie, dass eine endliche Teilmenge von $E(F)$ existiert, die unerfüllbar ist.

2. Aufgabe: Geben Sie (bis auf Variablenumbenennungen) alle prädikatenlogischen Resolventen der beiden Klauseln K_1 und K_2 an.

$$\begin{aligned} K_1 &= \Big\{ \neg P(x,y), \neg P\big(f(a), g(u,b)\big), Q(x,u) \Big\} \\ K_2 &= \Big\{ P\big(f(x), g(a,b)\big), \neg Q\big(f(a), b\big), \neg Q(a,b) \Big\} \end{aligned}$$

3. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden Grundresolutionsbeweis.



Vollziehen Sie anhand des Beweises des Lifting-Lemmas nach, welcher prädikatenlogische Resolutionsbeweis hieraus entsteht.

4. Aufgabe: Bei der *N-Restriktion* der prädikatenlogischen Resolution dürfen zwei Klauseln K_1 und K_2 nur dann resolviert werden, wenn eine der beiden ausschließlich aus *negativen* Prädikaten besteht.

(a) Zeigen Sie, dass die *N-Restriktion* der prädikatenlogischen Resolution vollständig ist.

(b) Geben Sie eine *N-Resolution* für die Formel aus Aufgabe 3 an.

5. Aufgabe: Vollziehen Sie den Beweis der Vollständigkeit der *linearen Resolution* aus der Vorlesung nach.