Prof. Dr. A. Goerdt
L. Falke

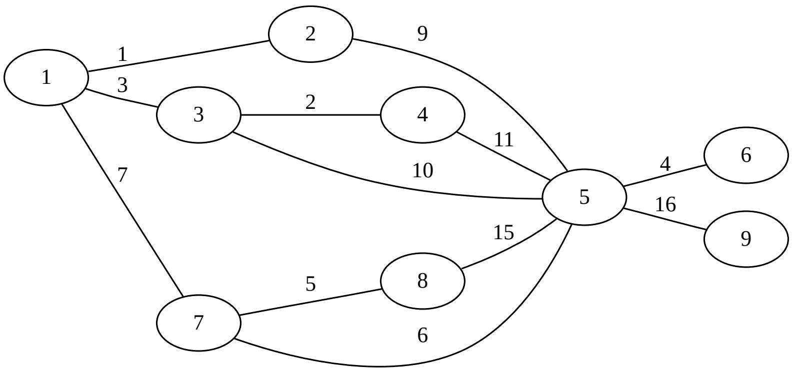
TU Chemnitz
Wintersemester 2013/2014
22.11.2013

Theoretische Informatik I

7. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe *1* bitte bis zum *29.11.2013* ab. (Briefkasten vorm Raum 1/266 oder per eMail an `falu@informatik.tu-chemnitz.de`, *Betreff:* `TI1 Hausaufgaben`)

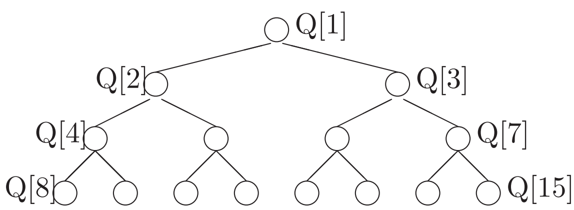
1. Aufgabe: Bestimmen Sie mit Hilfe *Kruskals Algorithmus* den minimalen Spannbaum des folgenden Graphen.



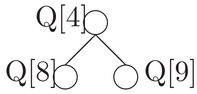
- Benutzen Sie die Union-Find-Datenstruktur der Vorlesung sowie die Heuristiken *Union-By-Size* und *Wegkompression*.
- Geben Sie nach dem Betrachten einer Kante und den zugehörigen *union*- und *find*-Operationen die Partition der Knoten in *Baum- und Arraydarstellung* an.
- Begründen Sie für jede Kante, warum sie Teil des Spannbaumes bzw. nicht Teil des Spannbaumes ist.

2. Aufgabe: Zeigen Sie, dass der folgende Algorithmus die Laufzeit $O(n)$ hat.

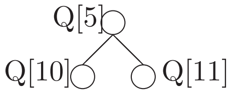
Gegeben sei ein Feld $Q[1..n]$ von Elementen. Wir wollen aus Q einen Heap aufbauen. Wir nehmen $n = 2^k - 1$ an und betrachten Q als Baum (z. B. $k = 4$):

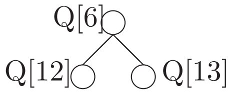


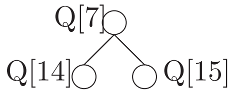
Der Heap wird nun *bottom-up* aufgebaut. Das heißt, zuerst wird in dem Teil



die Heap-Eigenschaft hergestellt, indem $Q[4]$ an die richtige Stelle sickert. Genauso verfahren wir mit den Teilen

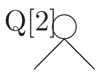


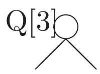
,


und


.

Danach lassen wir $Q[2]$ bzw. $Q[3]$ an die richtige Stelle sickern, um in den Teilbäumen



und


die Heapeigenschaft herzustellen. Schließlich entsteht durch Sickern von $Q[1]$ ein korrekter Heap.

Hinweis: Überprüfen Sie, wie oft ein Knoten aus Ebene i maximal sickern kann, bis er an der richtigen Stelle steht. Summieren Sie diesen Wert über alle Knoten. Die entstehende Summenformel kann auf eine geometrische Reihe zurückgeführt werden, wenn man die Ungleichung $i < 1,5^i$ benutzt.