

Theoretische Informatik I

13. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe 3 bitte bis zum 29.01.2010 bei Ihrem Übungsleiter ab.

1. Aufgabe: Die Multiplikation von Matrizen ist assoziativ, d.h. die Rechnung $(A \cdot B) \cdot C$ liefert das gleiche Ergebnis wie die Rechnung $A \cdot (B \cdot C)$. Allerdings sind je nach Klammerung unterschiedlich viele skalare Multiplikationen notwendig.

Betrachten wir beispielsweise die 3×5 -Matrix A , die 5×3 -Matrix B und die 3×3 -Matrix C .

$$A = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{pmatrix}$$

Die Rechnung $(A \cdot B) \cdot C$ benötigt $3^2 \cdot 5 + 3^2 \cdot 3 = 72$ Multiplikationen, während $A \cdot (B \cdot C)$ $(5 \cdot 3) \cdot 3 + 3^2 \cdot 5 = 90$ Multiplikationen benötigt.

Sind nun n Matrizen M_1, M_2, \dots, M_n gegeben, interessiert man sich für die Klammerung des Produktes $M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_n$, bei der die wenigsten Multiplikationen ausgeführt werden müssen.

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der dieses Problem in einer Laufzeit von $O(n^3)$ löst. Verwenden Sie dazu den Ansatz der dynamischen Programmierung.

Die Eingabe ist ein Feld $D[0..n]$ mit den Dimensionen der Matrizen. Dabei steht $D[i-1]$ für die Anzahl der Zeilen von M_i und $D[i]$ für die Anzahl der Spalten von M_i . In obigem Beispiel wäre D also $[3, 5, 3, 3]$.

2. Aufgabe: Gegeben sind die beiden Zeichenfolgen A und B .

$$A = \text{cdbaeg} \quad B = \text{abdgae}$$

Berechnen Sie die *längste gemeinsame Teilfolge* von A und B . Verwenden Sie dazu das Verfahren zur dynamischen Programmierung aus der Vorlesung.

3. Aufgabe: Wir betrachten das Problem des *optimalen statischen (Binär-)Suchbaums*. Gegeben seien die Worte

$w_1 = \text{gib}$

$w_2 = \text{hallo}$

$w_3 = \text{ich}$

$w_4 = \text{zu}$

Diese werden mit den Wahrscheinlichkeiten

$p_1 = 0.3$

$p_2 = 0.4$

$p_3 = 0.1$

$p_4 = 0.2$

gesucht.

Lösen Sie das Problem mit dynamischer Programmierung:

- (a) Welche Bedeutung hat der Tabelleneintrag $T[i, j]$?
- (b) Geben Sie die Tabelle T am Ende des Algorithmus an.
- (c) Geben Sie den optimalen statischen Suchbaum an.