Prof. Dr. A. Goerdt
A. Lanka
L. Falke

TU Chemnitz
Wintersemester 2009/2010
15.01.2010

Theoretische Informatik I

12. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe *3* bitte bis zum *22.01.2010* bei Ihrem Übungsleiter ab.

1. Aufgabe: Ein Eulerscher Kreis in einem ungerichteten Graphen ist ein geschlossener Weg, in dem jede Kante des Graphen genau einmal vorkommt. Ein ungerichteter Graph G hat genau dann einen Eulerkreis, wenn G zusammenhängend ist und alle Knoten einen geraden Grad haben.

(a) Konstruieren Sie aus dem Beweis dieser Aussage einen Algorithmus, der zu einem gegebenen Graphen $G = (V, E)$ einen Eulerkreis ausgibt, falls ein solcher in G existiert.

(b) Um die Laufzeit $O(|V|+|E|)$ zu erreichen, muß der Algorithmus eine gefundene Kante in $O(1)$ aus dem Graphen löschen können. Warum ist dies mit der herkömmlichen Adjazenzlistendarstellung kaum möglich?

(c) Entwickeln Sie die Adjazenzliste zu einer Datenstruktur weiter, die es ermöglicht, den Algorithmus mit Laufzeit $O(|V| + |E|)$ zu implementieren.

(d) Geben Sie ein Verfahren an, wie die gegebene Adjazenzliste des Graphen in Ihre Datenstruktur umgewandelt werden kann. Beachten Sie, dass dafür nur Zeit $O(|V| + |E|)$ zur Verfügung steht.

2. Aufgabe: Was ist $64^{\log_4 n}$?
Zeigen Sie für $a, b, c > 0$ und $a, b, c \neq 1$

(a) $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$,

(b) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$,

(c) $c^{\log_b a} = a^{\log_b c}$.

3. Aufgabe: Wir betrachten eine rekursiv implementierte binäre Suche auf einem sortierten Feld der Länge n. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass n eine Zweierpotenz ist.

(a) Geben Sie eine Rekursionsgleichung für die worst-case-Laufzeit an.

(b) Schätzen Sie mit Hilfe ihrer Gleichung die Laufzeit bestmöglich ab.

(c) Führen Sie einen Induktionsbeweis für die Lösung von b).