Prof. Dr. A. Goerdt
A. Lanka
L. Falke

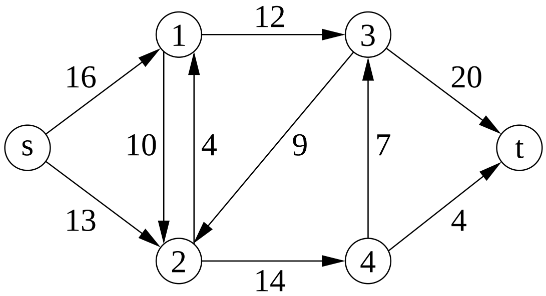
TU Chemnitz
Wintersemester 2009/2010
11.12.2009

Theoretische Informatik I

9. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe *1* bitte bis zum *18.12.2009* bei Ihrem Übungsleiter ab.

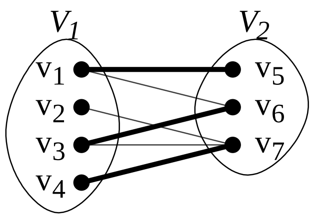
1. Aufgabe: Bestimmen Sie den *maximalen Fluss* durch das unten abgebildete Netzwerk. Nutzen Sie den Algorithmus von *Ford-Fulkerson* und geben Sie nach jeder Erhöhung des Flusses das *Restnetzwerk* und den *aktuellen Fluss* durch die Kanten an.



Gehen Sie davon aus, dass die Wege von s nach t in der folgenden Reihenfolge gefunden werden:

1. $(s, 1, 3, 2, 4, t)$
2. $(s, 2, 4, 3, t)$
3. $(s, 1, 3, t)$
4. $(s, 1, 2, 3, t)$

2. Aufgabe: Ein *Matching* in einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge von Kanten $M \subseteq E$, so dass gilt: Die Kanten aus der Teilmenge M haben keinen gemeinsamen Knoten. Ein Matching M hat die *maximale Größe*, wenn es kein Matching M' mit $|M'| > |M|$ gibt.



In bipartiten Graphen $G = (V_1 \cup V_2, E)$, wie im obigen Bild, läßt sich ein solches *Matching maximaler Größe* mit Hilfe des Algorithmus von *Ford-Fulkerson* bestimmen.
Geben Sie eine Konstruktion für ein Flussnetzwerk an, in dem der maximale Fluss der Größe eines maximalen Matchings entspricht.

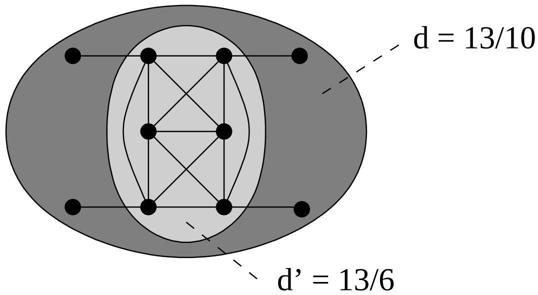
3. Aufgabe: Die Dichte d eines Graphen $G = (V, E)$ ist durch das Verhältnis zwischen der Anzahl der Kanten und der Anzahl der Knoten definiert.

$$d = \frac{\#Kanten}{\#Knoten} = \frac{|E|}{|V|}$$

Sei nun d' die Dichte in einem Teilgraph $G' = (V', E')$. Finden Sie mit Hilfe eines Flussnetzwerkes heraus, ob für jeden Teilgraph G' von G die folgende Beziehung gilt:

$$d' = \frac{|E'|}{|V'|} \leq k$$

Der Graph G also keinen Teilgraph besitzt, der eine Dichte $> k$ hat. Die folgende Abbildung zeigt einen Graph mit der Dichte $d = \frac{13}{10}$, der einen Teilgraph mit der Dichte $d' = \frac{13}{6} > d$ besitzt.



Hinweis: Nehmen Sie k als ganzzahlig an und betrachten Sie zunächst den Fall $k = 1$.