

Theoretische Informatik I

14. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe 1 bitte bis zum 01.02.2008 bei Ihrem Übungsleiter ab oder senden Sie sie an ti1-hausaufgaben@informatik.tu-chemnitz.de. Vermerken Sie bitte Ihre Übungsgruppe und Ihren Namen auf der Lösung.

1. Aufgabe:

Wir betrachten den Algorithmus zur schnellen Matrixmultiplikation nach Strassen. Um zwei $n \times n$ -Matrizen miteinander zu multiplizieren, berechnet dieser sieben Produkte von $n/2 \times n/2$ -Matrizen und setzt diese geeignet zusammen.

- a) Stellen Sie die Rekursionsgleichung auf.
- b) Lösen Sie diese anhand des Rekursionsbaums.

2. Aufgabe:

Wir betrachten das Auswahlproblem.

- a) Erläutern Sie den Linearzeitalgorithmus der Vorlesung für das Auswahlproblem. Ignorieren Sie dabei die Teilbarkeitsprobleme, die bei der Division auftreten können.
- b) Geben Sie die Rekursionsgleichung $T(n)$ an, die die worst-case Laufzeit des Algorithmus aus (a) abschätzt und zeigen Sie, daß $T(n) = O(n)$ ist.
- c) Betrachten Sie die Modifikation des Algorithmus aus (a), bei der statt der 5er Gruppen nun 3er Gruppen benutzt werden. Geben Sie die Rekursionsgleichung an, die die worst-case Laufzeit des modifizierten Algorithmus abschätzt.
- d) Zeigen Sie mit Hilfe Ihrer Rekursionsgleichung, daß der modifizierte Algorithmus aus (c) die Laufzeit $O(n \log n)$ hat.

3. Aufgabe:

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph und A seine Adjazenzmatrix. Sei $B = A \cdot A \cdot A = A^3$. Welche Information über G steckt in den Einträgen b_{ij} von B ? Was liefert die Spur (=Summe der Hauptdiagonaleinträge) von B ?

Beweisen Sie Ihre Aussagen.

Hinweis: Die Lösung der Aufgabe 4.b) auf dem ersten Übungsblatt ist hilfreich.

4. Aufgabe:

Betrachten Sie die 2-KNF-Formel

$$(x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_6) \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_4) \wedge (x_4 \vee x_5).$$

Benutzen Sie sie, um den MAX-2-SAT-Algorithmus mit Laufzeit $O(n^6 \cdot 2^{(\log_2 7) \cdot n/3})$ nachzuvollziehen.