

Theoretische Informatik I

13. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe 1 bitte bis zum 25.01.2008 bei Ihrem Übungsleiter ab oder senden Sie sie an ti1-hausaufgaben@informatik.tu-chemnitz.de. Vermerken Sie bitte Ihre Übungsgruppe und Ihren Namen auf der Lösung.

1. Aufgabe:

Zeigen Sie:

- a) $\binom{n}{k}$ ist $O(n^k)$.
- b) $\binom{n}{k}$ ist $\Omega(n^k)$, falls k konstant ist.
- c) Geben Sie ein $k = k(n)$ an, so daß ist $\binom{n}{k}$ nicht $\Omega(n^k)$ ist.

2. Aufgabe:

Wir betrachten eine rekursiv implementierte binäre Suche auf einem sortierten Feld der Länge n . Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß n eine Zweierpotenz ist.

- a) Geben Sie eine Rekursionsgleichung für die worst-case-Laufzeit an.
- b) Schätzen Sie mit Hilfe ihrer Gleichung die Laufzeit bestmöglich ab.
- c) Führen Sie einen Induktionsbeweis für die Lösung von b).

3. Aufgabe:

Wir betrachten die Multiplikation von zwei Zahlen der Länge n . Dabei sei n eine Zweierpotenz.

- a) Formulieren Sie den Divide-and-Conquer-Algorithmus gemäß Vorlesung, der vier Rekursionsaufrufe benötigt.
- b) Geben Sie die Rekursionsgleichung für seine worst-case-Laufzeit $T(n)$ an. Zeigen Sie $T(n) = O(n^2)$ durch einen Induktionsbeweis.
Hinweis: Der einfache Ansatz $T(n) \leq d \cdot n^2$ funktioniert nicht.
- c) Für die Variante mit nur 3 rekursiven Aufrufen ergibt sich die Rekursionsgleichung $T'(n) = 3 \cdot T'(\frac{n}{2}) + c \cdot n$ mit $T'(1) = c$. Schätzen Sie $T'(n)$ bestmöglich ab.

4. Aufgabe:

Gegeben seien zwei komplexe Zahlen $a+b \cdot i$ und $c+d \cdot i$. Geben Sie ein Verfahren an, das Ihnen das Produkt dieser beiden Zahlen mit nur 3 (statt der üblichen 4) Multiplikationen und einigen Additionen errechnet.