

Theoretische Informatik I

11. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe 3 bitte bis zum 11.01.2008 Uhr bei Ihrem Übungsleiter ab oder senden Sie sie an ti1-hausaufgaben@informatik.tu-chemnitz.de. Vermerken Sie bitte Ihre Übungsgruppe und Ihren Namen auf der Lösung.

1. Aufgabe:

Die Multiplikation von Matrizen ist assoziativ. Allerdings sind je nach Klammerung unterschiedlich viele skalare Multiplikationen notwendig:

Betrachten wir beispielsweise die $k \times 5$ -Matrix A , die $5 \times k$ -Matrix B und die $k \times k$ -Matrix C .

Die Rechnung $(A \cdot B) \cdot C$ benötigt $5 \cdot k^2 + k^3$ Multiplikationen, während $A \cdot (B \cdot C)$ nur $10 \cdot k^2$ Multiplikationen benötigt, was für große k deutlich weniger ist.

Sind nun n Matrizen M_1, \dots, M_n gegeben, interessiert man sich für die Klammerung des Produktes $M_1 \cdot \dots \cdot M_n$, bei der die wenigsten Multiplikationen ausgeführt werden müssen.

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der – basierend auf dynamischer Programmierung – dieses Problem in einer Laufzeit von $O(n^3)$ löst.

Die Eingabe sei ein Feld $D[0..n]$ mit den Dimensionen. Dabei steht $D[i - 1]$ für die Anzahl der Zeilen von M_i und $D[i]$ für die Anzahl der Spalten von M_i . In obigem Beispiel wäre D also $[k, 5, k, k]$.

2. Aufgabe:

Seien zwei Zeichenfolgen z_1 und z_2 gegeben. Analog zur längsten gemeinsamen Teilfolge kann man die kürzeste gemeinsame Oberfolge definieren. Für $z_1 = abec$ und $z_2 = dbc$ wäre das $adbec$ oder auch $dabec$.

Formulieren Sie einen Algorithmus, der mit Hilfe dynamischer Programmierung die kürzeste gemeinsame Oberfolge in Zeit $O(|z_1| \cdot |z_2|)$ findet.

3. Aufgabe:

Wir betrachten das Problem des optimalen statischen (Binär-)Suchbaums. Gegeben seien die Worte

$w_1 = \text{gib}$

$w_2 = \text{hallo}$

$w_3 = \text{ich}$

$w_4 = \text{zu}$

Diese werden mit den Wahrscheinlichkeiten

$$p_1 = 0.3$$

$$p_2 = 0.4$$

$$p_3 = 0.1$$

$$p_4 = 0.2$$

gesucht.

Lösen Sie das Problem mit dynamischer Programmierung:

- a) Welche Bedeutung hat der Tabelleneintrag $T[i, j]$?
- b) Geben Sie die Tabelle T am Ende des Algorithmus an.
- c) Geben Sie den optimalen statischen Suchbaum an.