

Theoretische Informatik I

11. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgaben 1, 2.d) und 2.e) bitte bis zum 21.12.2007 bei Ihrem Übungsleiter ab oder senden Sie sie an ti1-hausaufgaben@informatik.tu-chemnitz.de. Vermerken Sie bitte Ihre Übungsgruppe *und* Ihren Namen auf der Lösung.

1. Aufgabe:

Zeigen Sie durch Abzählen: In jedem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ gibt es einen Schnitt (S_1, S_2) , in dem (mindestens) die Hälfte aller Kanten liegen.

2. Aufgabe:

Wir betrachten die branch-and-bound-Schranken S_1, \dots, S_4 der Vorlesung für das TSP.

- Zeigen Sie für $i = 1, 2, 3$: $S_i(M) = S_i(M^t)$ (M^t ist die zu M transponierte Matrix).
- Zeigen Sie $S_2(M) \leq S_3(M) \leq S_1(M)$.
- Finden Sie eine Beispielmatrix M , für die $S_4(M) \neq S_4(M^t)$ ist.
- Finden Sie eine Matrix M , so daß $S_4(M) < S_3(M) < S_4(M^t)$ gilt.
- Zeigen Sie, $S_3(M) \leq \max\{S_4(M), S_4(M^t)\}$.

3. Aufgabe:

Der offizielle branch-and-bound-Algorithmus am Beispiel des Handlungsreisenden geht folgendermaßen:

Es wird eine Art Breitensuche im Backtracking-Baum gemacht. Die Front des Breitensuchbaums wird in einem Heap (angeordnet gemäß der $S(M)$) gespeichert. Ist das Minimum im Heap echt kleiner als das Minimum der Kosten aller bisher gefundenen Rundreisen, wird der entsprechende Knoten im Backtrackingbaum expandiert. Andernfalls wird der Algorithmus beendet.

Demonstrieren Sie den Baum mit $S(M) = S_4(M)$ und

$$M = \begin{pmatrix} \infty & 10 & 15 & 20 \\ 5 & \infty & 9 & 10 \\ 6 & 13 & \infty & 12 \\ 8 & 8 & 9 & \infty \end{pmatrix}.$$

Wählen Sie für die erste Verzweigung die Kante (1, 2) und machen Sie eine interessante Beobachtung!