

Theoretische Informatik I

2. Übung

Geben Sie die Lösung der Aufgabe 1 bitte bis zum 26.10.2007 bei Ihrem Übungsleiter ab oder senden Sie sie an ti1-hausaufgaben@informatik.tu-chemnitz.de.

1. Aufgabe:

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph in Adjazenzlistendarstellung.

Welche der folgenden Aussagen sind wahr (Begründung durch Beispiel oder Gegenbeweis)?

- Es ist möglich, daß es eine Kante $(u, v) \in E$ gibt, so daß gilt: Bei der Expansion von u während $\text{BFS}(G, s)$ ist v – je nach Adjazenzlistendarstellung von G – grau oder schwarz.
- Es ist möglich, daß es eine Kante $(u, v) \in E$ gibt, so daß gilt: Bei der Expansion von u während $\text{BFS}(G, s)$ ist v – je nach Adjazenzlistendarstellung von G – weiß oder grau.
- Es ist möglich, daß es eine Kante $(u, v) \in E$ gibt, so daß gilt: Bei der Expansion von u während $\text{BFS}(G, s)$ ist v – je nach Adjazenzlistendarstellung von G – weiß oder schwarz.

2. Aufgabe:

Geben Sie einen gerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit einem Knoten $s \in V$ an, so daß folgende Bedingungen gelten.

- G enthält einen Baum B mit Wurzel s .
- Für jeden Knoten $v \in V$ ist $\text{Dist}_B(s, v) = \text{Dist}_G(s, v)$, d.h. der Weg von s nach v in B ist genauso lang wie der kürzeste Weg von s nach v in G .
- Trotzdem kann der Baum B niemals bei $\text{BFS}(G, s)$ als Breitensuchbaum entstehen.

3. Aufgabe:

Wir betrachten den Algorithmus „Verbessertes TopSort“ aus der Vorlesung. Sei $G = (V, E)$ der eingegebene gerichtete Graph in Adjazenzlistendarstellung.

- a) Wir bezeichnen mit $\text{EGrad}_i[u]$ der Wert von $\text{EGrad}[u]$ nach dem i -ten Durchlauf der Hauptschleife. Zeigen Sie die Korrektheit der Invariante

$$\text{EGrad}_i[u] = \text{EGrad}_0[u] - \sum_{j=1}^i A[v[j], u],$$

wobei A die Adjazenzmatrix ist (die jedoch nicht im Algorithmus benutzt wird).

- b) Folgern Sie aus a): Wenn die Hauptschleife n -mal ohne die Ausgabe „Kreis“ durchlaufen wurde, ist $(v[1], v[2], \dots, v[n])$ eine topologische Sortierung von G .
- c) Folgern Sie aus a): Wenn der Algorithmus „Kreis“ ausgibt, so enthält G tatsächlich einen Kreis.
- d) Betrachten Sie die Modifikation des Algorithmus, daß jeweils ein Knoten mit Ausgangsgrad=0 gelöscht wird und die topologische Sortierung in umgekehrter Reihenfolge konstruiert wird.

Welche Vor- und Nachteile ergeben sich daraus?

4. Aufgabe:

Sei (v_1, \dots, v_n) eine Folge von n Knoten. Wieviele gerichtete Graphen $G = (V, E)$ mit $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ haben diese Folge als topologische Sortierung?*

Hinweis: Schwierige Aufgaben sind mit * gekennzeichnet.