

# Datenschutz und Datensicherheit / Systemsicherheit

## 5. Übung

### 1. Aufgabe:

Berechnen Sie das Signum der folgenden Permutationen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

### 2. Aufgabe:

a) Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & 8 & 16 \end{pmatrix}$$

b) Wie lautet die Determinante einer oberen (unteren) Dreiecksmatrix?

c) Sei  $M$  eine Matrix. Stellen Sie die folgenden Operationen auf  $M$  jeweils als Matrixmultiplikation dar, d.h. geben Sie jeweils eine Matrix  $H$  an, so dass  $H \cdot M$  die gewünschte Modifikation aufweist:

- Eine Zeile der Matrix wird mit einer Zahl  $x$  multipliziert.
- Zwei Zeilen werden vertauscht.
- Eine Zeile wird zu einer anderen hinzuaddiert.

d) Wie ändert sich die Determinante von  $M$  bei den Operationen aus Aufgabe c)?

### 3. Aufgabe:

a) Sei  $M$  eine  $n \times n$ -Matrix mit Linksinversem  $L$ , d.h.  $L \cdot M = I$ . Zeigen Sie, daß  $L$  auch Rechtsinverses von  $M$  ist, d.h.  $M \cdot L = I$ .

Hinweis: Führen Sie einen Widerspruchsbeweis.

b) Folgern Sie daraus die Eindeutigkeit des Inversen, d.h. wenn  $L \cdot M = I$  und  $L' \cdot M = I$ , dann gilt  $L = L'$ .

### 4. Aufgabe:

Stellen Sie die Permutationschiffre mit Schlüssel

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

als affine Blockchiffre dar.