Prof. Andreas Goerdt
Andreas Berger

TU Chemnitz
Wintersemester 2002/03

Parallele Algorithmen
4. Übung

1. Aufgabe

Gegeben sei ein arithmetischer Ausdruck mit den Operatoren + (Addition) und $\cdot$ (Multiplikation) in Form eines binären Baumes. In der Vorlesung wurde ein Verfahren vorgestellt, mit welchem der komplette Ausdruck parallel in Zeit $\mathcal{O}(\log n)$ arbeitsoptimal ausgewertet werden kann. Dabei wird eine Operation „rake" in jedem von maximal $\mathcal{O}(\log n)$ Schritten parallel auf möglichst viele Blätter angewendet und der Baum verkleinert.

(a) Verändern Sie den Algorithmus so, dass er jeden durch einen Knoten repräsentierten Teilausdruck auswertet!

(b) Erweitern Sie den Algorithmus, um auch Subtraktion und Division behandeln zu können!

Bei den folgenden beiden Aufgaben seien die Bäume (mit Wurzel) bzw. die ungerichteten, azyklischen, zusammenhängenden Graphen („Baum ohne Wurzel") jeweils in der erweiterten Adjazenzlistendarstellung gegeben, die das Finden einer Euler-Tour in konstanter paralleler Zeit unterstützt. Ferner soll allen Algorithmen das EREW-PRAM-Modell genügen.

2. Aufgabe

Gegeben sei ein Baum $B = (V, E)$ mit den Knoten $V = \{1, ..., n\}$ und Wurzel $w \in V$. Die Abbildung level : $V \to \mathbb{N}$ gebe für jeden Knoten die Länge des (eindeutigen) Pfades von der Wurzel bis zum Knoten an. Zeigen Sie, wie in logarithmischer paralleler Zeit jeweils

(a) ein Array P mit den Vaterknoten (und $P[w] = 0$),

(b) ein Array L mit $L[i] = \text{level}(i)$,

(c) ein Array R mit den Präorder-Nummern,

(d) ein Array S mit den Postorder-Nummern

aller Knoten berechnet werden kann!

Zusätzlich seien zwei Knoten $x \in V$ und $y \in V$ gegeben. Geben Sie je einen parallelen Algorithmus mit logarithmischer Zeit und linearer Arbeit an, der

(e) einen Pfad von der Wurzel w zu x berechnet,

(f) die Wurzel $t \in V$ des kleinsten gemeinsamen Teilbaumes von x und y bestimmt!

3. Aufgabe

Gegeben sei ein ungerichteter, azyklischer und zusammenhängender Graph $G = (V, E)$. Geben Sie je einen parallelen Algorithmus an, der

(a) den Pfad zwischen zwei gegebenen Knoten $x \in V$ und $y \in V$,

(b) den längsten Pfad sowie dessen Länge,

(c) eine Wurzel $w \in V$, so dass der resultierende Baum minimale Höhe hat,

bestimmt! Analysieren Sie Zeit- und Arbeitsbedarf der Algorithmen!

4. Aufgabe

Zu einem binären Baum $B = (V, E)$ mit den Knoten $V = \{1, ..., n\}$ seien zwei Arrays P mit den Präorder-Nummern und I mit den Inorder-Nummern jedes Knotens gegeben. Entwickeln Sie einen parallelen Algorithmus, der für jeden Knoten den linken und den rechten Sohn findet!