

Theoretische Informatik II

3. Übung

1. Aufgabe: Sei $n > 0$ eine natürliche Zahl.

Wir verwenden das Alphabet $\Sigma_n = \{1, 2, \dots, n\}$ der ersten n Zahlen als jeweils einzelne Zeichen.

Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L_n := \{w \in \Sigma_n^* \mid \text{Für alle } 1 \leq i \leq n \text{ gilt: Die Anzahl der „}i\text{“en in } w \text{ modulo } i \text{ ist } 0.\}$$

regulär ist.

Hinweis: Nutzen Sie, dass endliche Schnitte regulärer Sprachen wieder regulär sind.

2. Aufgabe: Zeigen Sie, dass eine Sprache L genau dann *kontextfrei* ist, wenn die Sprache L^R *kontextfrei* ist. Dabei soll L^R die Sprache sein, die alle Wörter aus L in umgekehrter Leserichtung enthält.

3. Aufgabe:

Demonstrieren Sie das Verfahren zum Entfernen der ε -Regeln anhand der folgenden Grammatik:

$$\begin{aligned} \Sigma &= \{ a, b, c \} \\ V &= \{ S, A, B, C, D, E, F, G \} \\ P &= \{ S \rightarrow A \\ &\quad A \rightarrow BC \mid BB \\ &\quad B \rightarrow CD \mid \varepsilon \mid a \mid AA \\ &\quad C \rightarrow b \\ &\quad D \rightarrow B \mid c \quad \quad \quad \} \end{aligned}$$

4. Aufgabe:

Demonstrieren Sie das Verfahren, das alle Kettenregeln aus einer gegebenen Grammatik entfernt, anhand der folgenden Grammatik. Welche Bedingungen muss die Grammatik erfüllen, damit Ihr Verfahren anwendbar ist?

$$\begin{aligned} \Sigma &= \{ a, b, c, d, e, f, g \} \\ V &= \{ S, A, B, C, D, E, F, G \} \\ P &= \{ S \rightarrow AFG E \\ &\quad A \rightarrow B \mid a \\ &\quad B \rightarrow C \mid E \mid b \\ &\quad C \rightarrow D \mid c \\ &\quad D \rightarrow A \mid d \\ &\quad E \rightarrow e \\ &\quad F \rightarrow G \mid f \\ &\quad G \rightarrow g \quad \quad \quad \} \end{aligned}$$

5. Aufgabe:

- (a) Bringen Sie die folgende kontextfreie Grammatik in die *Chomsky-Normalform*.

$$\begin{aligned} G &= (V, \Sigma, P, S) \\ V &= \{S, X, Y\} \\ \Sigma &= \{a, b\} \\ P &= \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aY \mid bX \\ X \rightarrow aS \mid bXX \mid a \\ Y \rightarrow bS \mid aYY \mid b \end{array} \right\} \end{aligned}$$

- (b) Welche Form hat der *Ableitungsbaum* eines Wortes $x \in L$, wenn die zugehörige Sprache L durch eine Grammatik in *Chomsky-Normalform* gegeben ist?

Wieviele Ableitungsschritte werden benötigt, um x anhand dieser Grammatik zu erzeugen?

- (c) Lösen Sie das Wortproblem für das Wort $z = bbaaab$ mit dem $\mathcal{O}(n^3)$ -Algorithmus aus der Vorlesung.