Prof. Dr. A. Goerdt
J. Pape-Lange

TU Chemnitz
Sommersemester 2022
1. Mai 2022

Theoretische Informatik II

2. Übung

1. Aufgabe: Wir betrachten die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, E)$ für arithmetische Ausdrücke aus der Vorlesung.

$$\begin{array}{rcl} V & = & \{\ E,\ T,\ F\ \} \\ \Sigma & = & \{\ (,\ ),\ a,\ +,\ *\ \} \\ P & = & \{\ E \to T \mid E + T, \\ & & \quad T \to F \mid T * F, \\ & & \quad F \to a \mid (E)\ \} \end{array}$$

(a) Geben Sie *alle* Satzformen, die sich in maximal *drei* Schrittem aus dem *Startsymbol* E ableiten lassen, an.

(b) Geben Sie für das Wort $a * (a + a)$ zwei mögliche Ableitungen an.

(c) Konstruieren Sie zu den in (b) angegebenen Ableitungen jeweils den zugehörigen *Ableitungsbaum* (Syntaxbaum). Was fällt auf?

(d) Wir haben in der Vorlesung gesehen, dass implizite Klammern linksassoziativ sind. Das Wort $a + a + a$ ist also mit der Klammerung $((a + a) + a)$ zu verstehen. Ändern Sie die Grammatik, sodass implizite Klammern rechtsassoziativ sind.

2. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden Auschnitt aus der Grammatik einer Programmiersprache. (S steht für Statement, E für Expression und R für die restlichen hier uninteressanten Statements.)

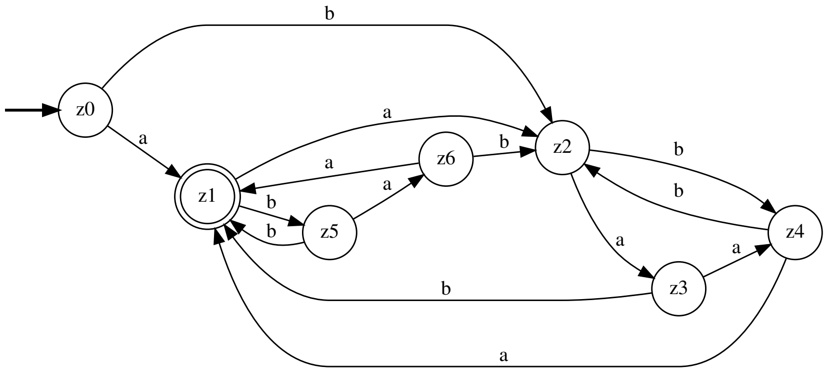
$$S \ \to\ \textbf{if } E \textbf{ then } S \mid \textbf{if } E \textbf{ then } S \textbf{ else } S \mid R$$

Dies erlaubt unter anderem die folgende Ableitung:

$$S \ \Rightarrow^*\ \textbf{if } E \textbf{ then if } E \textbf{ then } S \textbf{ else } S$$

Geben Sie die beiden möglichen Ableitungsbäume an. Welcher ist im Sinne der Programmiersprache der „richtige“? Wie läßt sich dieses Problem auf der Ebene der Grammatik lösen?

3. Aufgabe: Wir betrachten den folgenden DFA M.



(a) Demonstrieren Sie den Algorithmus zur Konstruktion des *Minimalautomaten* zu M aus der Vorlesung.

(b) Geben Sie die Sprache, die von diesem Automaten erkannt wird, an.

(c) Geben Sie eine reguläre Grammatik zu dieser Sprache an.

4. Aufgabe: Sei L eine gegebene Sprache. Für jedes $w \in \Sigma^*$ existiert eine sogenannte *Endsprache*. Diese umfasst alle die Wörter $u \in \Sigma^*$, für die gilt $wu \in L$.

(a) Geben Sie alle verschiedenen Endsprachen für $L = \{(aa)^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$ an.

(b) Konstruieren Sie den minimalen DFA aus den Endsprachen für die Sprache von (a). Üben Sie dasselbe auch noch einmal für

- a^* und
- die Sprache nur aus dem leeren Wort.

5. Aufgabe: Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass

$$L = \{w \in \{0,1\}^n \mid w = w^R, n \geq 1\}$$

keine reguläre Sprache ist. Dabei bezeichnet w^R das Wort w rückwärts gelesen.
Zeigen Sie auch, dass die Sprache $\{a^i b^j c^j | i \geq 2\}$ und die durch die Grammatik mit den Regeln $S \to aA|\varepsilon$, $A \to Sb$ gegebene Sprache irregulär sind.

6. Aufgabe: Zeigen Sie, dass die Sprache

$$L = \{c^m a^n b^n | n, m \in \mathbb{N}_{\geq 0}\} \cup \{a, b\}^*$$

das Pumping-Lemma erfüllt.
Zeigen Sie außerdem, dass L nicht regulär ist. (Dies geht zum Beispiel mit Hilfe der Endsprachen)