

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Algorithmen 4. Übung

1. Aufgabe

Wir betrachten die Konstruktion des Hamiltonkreises. Zeigen Sie, dass

- Lemma 1 ($\frac{n}{2} - \frac{n}{50} \leq \mathcal{N}_x$) und
- Lemma 2 ($\frac{3n}{4} - \frac{n}{50} \leq \mathcal{N}_{x \vee y}$)

für die Konstruktion ausreichen.

2. Aufgabe

Zeigen Sie, dass sie mit Modulo wie gewohnt rechnen können.

3. Aufgabe

Das Lemma von Bezout zeigt, dass für positive ganze Zahlen a, b eine Darstellung des $\text{ggT}(a, b)$ der Form $ax + by$ existiert.

Finden Sie geeignete ganze Zahlen x, y mit

- $\text{ggT}(1, 8) = 1x + 8y$
- $\text{ggT}(7, 9) = 7x + 9y$
- $\text{ggT}(6, 24) = 6x + 24y$
- $\text{ggT}(13, 47) = ax + by$
- $\text{ggT}(34, 55) = 34x + 55y$

4. Aufgabe

Zeigen Sie mit Hilfe des kleinen Satzes von Fermat, dass die folgenden Zahlen keine Primzahlen sind.

- 9, 15, 27, 42 und 91.

5. Aufgabe

- Zeigen Sie, dass 341 keine Primzahl ist, aber trotzdem $2^{340} \bmod 341 = 1$ gilt.
- Zeigen Sie, dass für 561 jede teilerfremde Zahl a die Gleichung $a^{560} \bmod 561 = 1$ erfüllt.

Hinweis: Der Chinesische Restsatz zeigt, dass für teilerfremde Zahlen a, b die Gleichung $x \bmod ab = 1$ genau dann erfüllt ist, wenn sowohl $x \bmod a = 1$ als auch $x \bmod b = 1$ erfüllt sind.