Prof. Andreas Goerdt
Julian Pape-Lange

TU Chemnitz
Sommersemester 2021

Wahrscheinlichkeitsrechnung und Algorithmen
1. Übung

1. Aufgabe

Es sei F eine aussagenlogische Formel in 3-KNF, z. B. $F = (a \vee b \vee \overline{c}) \wedge (\overline{a} \vee d \vee e) \wedge \ldots$ Die Formel besteht aus n Variablen und m Klauseln. In einer Klauseln kommt eine Variable bzw. ein Literal nicht doppelt vor. Die Variablen werden nun unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichtkeit $p = 1/2$ auf wahr bzw. mit der Wahrscheinlichkeit $(1-p) = 1/2$ auf falsch gesetzt. Berechnen Sie die erwartete Anzahl an Klauseln, die erfüllt sind.

2. Aufgabe

Es sei $G = (V, E)$ ein zufälliger Graph mit der Kantenwahrscheinlichkeit p. Wie groß muß p sein, damit G mit hoher Wahrscheinlichkeit keine unabhängige Menge der Größe 4 enthält?

3. Aufgabe

Zeigen Sie folgende Aussage: Jeder Graph $G = (V, E)$ mit $|E| = e$ Kanten enthält einen bipartiten Subgraphen $G' = (V, E')$, der mindestens $e/2$ viele Kanten enthält, es gilt also $|E'| \geq e/2$.

4. Aufgabe

Finden Sie mit Hilfe von Backtracking alle erfüllenden Belegungen der Formel

$$F = (\neg A \vee B \vee C) \wedge (A \vee B \vee C) \wedge (A \vee B \vee \neg C).$$

5. Aufgabe

Zeigen Sie: Wenn es einen Algorithmus gibt, der in Polynomialzeit entscheidet, ob ein Graph G eine unabhängige Menge der Größe k hat, dann gibt es einen Algorithmus, der in Polynomialzeit die Größe der größten unabhängigen Menge berechnet.