

BEISPIEL:

$G = \text{INS}(1); \text{INS}(2); \text{INS}(3); \text{INS}(4);$

$\text{FIND}(1); \text{FIND}(4); \text{FIND}(3); \text{FIND}(4); \text{FIND}(2);$   
 $\text{FIND}(4)$

B  
 ( )  
 1  
 1 2  
 1 2 3  
 1 2 3 4  
 ⋮  
 1 2 3 4  
 1 2 3 4  
 1 2 3 4

MF  
 ( )  
 1  
 2 1  
 3 2 1  
 4 3 2 1  
 1 4 3 2  
 4 1 3 2  
 3 4 1 2  
 4 3 1 2  
 2 4 3 1  
 4 2 3 1

TR  
 ( )  
 1  
 2 1  
 2 3 1  
 2 3 4 1  
 2 3 1 4  
 2 3 4 1  
 3 2 4 1  
 3 4 2 1  
 3 2 4 1  
 3 4 2 1

F  
 ( )  
 1<sub>1</sub>  
 1<sub>1</sub> 2<sub>1</sub>  
 1<sub>1</sub> 2<sub>1</sub> 3<sub>1</sub>  
 1<sub>1</sub> 2<sub>1</sub> 3<sub>1</sub> 4<sub>1</sub>  
 1<sub>2</sub> 2<sub>1</sub> 3<sub>1</sub> 4<sub>1</sub>  
 1<sub>2</sub> 4<sub>2</sub> 2<sub>1</sub> 3<sub>1</sub>  
 1 4 3 2  
 4 1 3 2  
 4 1 3 2  
 4 1 3 2

$Z = \text{INS}(1); \text{INS}(2); \text{INS}(3); \text{FIND}(1); \text{FIND}(1); \text{FIND}(1)$

| MF  | KOSTEN UNTER MF |
|-----|-----------------|
| ( ) |                 |
| 1   | 1               |
| 21  | 2               |
| 321 | 3               |
| 132 | 3               |
| 132 | 1               |
| 132 | 1               |
|     | <hr/>           |
|     | $\sum 11$       |

| A (SUPERHEURISTIK) | KOSTEN UNTER A |
|--------------------|----------------|
| ( )                |                |
| 1                  | 1              |
| 12                 | 2              |
| 123                | 3              |
| 123                | 1              |
| 123                | 1              |
| 123                | 1              |
|                    | <hr/>          |
|                    | $\sum 9$       |

$$11 \leq 2 \cdot 9 = 18.$$

BEA.: MF IST "ON-LINE" HEURISTIK.

D.H. MF KENNT NICHT GANZ  $Z$ .

A (SUPERHEURISTIK) KENNT  $Z$  IST "OFF-LINE".

SATZ 4.3 NUR AMORTISIERT: FÜR  
EIN EINZELNES  $z$ ; KANN GELTEN:

$$\text{KOSTEN}(z) \text{ UNTER MF} = N$$

$$\text{KOSTEN}(z) \text{ UNTER A} = 1.$$

BSP.:

$$z = \text{INS}(1); \text{INS}(2); \dots; \text{INS}(N); \text{FIND}(1)$$

$$\text{UNTER MF: KOSTEN}(\text{FIND}(1)) = N$$

$$\text{UNTER A: KOSTEN}(\text{FIND}(1)) = 1.$$

A LÄSST DIE 1 VORNE.

$$\text{ABER: KOSTEN}(z) \text{ UNTER MF} = \frac{N(N-1)}{2} + N$$

$$\text{KOSTEN}(z) \text{ UNTER A} = \frac{N(N-1)}{2} + 1$$

BEACHTEN: (1) EINFÜGEN IMMER ANS ENDE.

$$(2) \quad \frac{N(N-1)}{2} + N \leq N(N-1) + 2.$$



INTUITION: POTENTIAL UND LAUFZEIT

$S_0 = \text{INS}(0); \text{INS}(2); \dots; \text{INS}(10); \text{FIND}(1).$

| MF                     | KOSTEN | A (SUPERHEURISTIK)      | KOSTEN |
|------------------------|--------|-------------------------|--------|
| $S_0 = ()$             | 1      | $S'_0 = ()$             | 1      |
| $S_1 = 1$              | 2      | $S'_1 = 1$              | 2      |
| $S_2 = 21$             | 3      | $S'_2 = 12$             | 3      |
| 321                    |        | 123                     | 4      |
| 4321                   |        | 1234                    | 5      |
| 54321                  |        | 12345                   |        |
| ⋮                      |        | ⋮                       | ⋮      |
| $S_{10} = 10987654321$ | 10     | $S'_{10} = 12345678910$ | 1      |
| $S'' = 11098765432$    | ↑      | $S'_1 = 12345678910$    | ↑      |

$$\Phi(S_{10}, S'_{10}) = 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$$

$$\Phi(S'', S'_1) = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45 - 9 = 36$$

TATSÄCHLICH IST

$$\begin{aligned} & \text{KOSTEN}_{MF}(\text{FIND}(1)) + \Phi(S'', S'_1) - \Phi(S_{10}, S'_{10}) \\ & = 10 - 9 = 1 \leq \text{KOSTEN}_A(\text{FIND}(1)), \end{aligned}$$

OPERATION BEI MF LANG, A KURZ

→ ES VERSCHWINDEN VIELE INVERSIONEN ODER

UNTER A HÖHERE KOSTEN.