Prof. Dr. A. Goerdt
L. Falke

TU CHEMNITZ
Sommersemester 2014
09.05.2014

Theoretische Informatik II

4. Übung

1. Aufgabe: Wir betrachten zwei reguläre Sprachen L_1 und L_2. Gehören die folgenden Sprachen dann ebenfalls zur Klasse der regulären Sprachen? Begründen Sei ihre Antwort.

(a) $L_1 \cup L_2$ (Alle Worte, die in L_1 oder L_2 oder beiden sind.)

(b) $L_1 \cap L_2$ (Alle Worte, die sowohl in L_1 als auch L_2 vorkommen.)

(c) $\overline{L_1} = \Sigma^* \setminus L_1$ (Alle Worte, die nicht in L_1 vorkommen.)

2. Aufgabe: Angenommen, wir haben die Beschreibungen für zwei reguläre Sprachen L_1 und L_2 vorliegen. Kann man feststellen, ob die beiden Beschreibungen die selbe Sprache beschreiben? Wenn ja, wie? Wenn nein, warum nicht?

3. Aufgabe: Wir betrachten die Grammatik $G = (\Sigma, V, P, s)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $s = S$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und

$$
\begin{aligned}
P = \{ \quad & S \to AB \\
& A \to aCb \\
& B \to aCB \mid CD \\
& C \to B \mid \varepsilon \\
& D \to B \mid \varepsilon \quad \}
\end{aligned}
$$

Eliminieren Sie alle ε-Regeln, wobei die erzeugte Sprache natürlich gleich bleiben soll.

4. Aufgabe: In einer Grammatik können Produktionen der Art

$$A \to B, B \to C, \text{usw.}$$

auftreten. Wobei A, B und C hier einzelne Variablen aus V sind. Diese Produktionen nennen wir *Kettenregeln.*

(a) Geben Sie ein Verfahren an, das alle Kettenregeln aus einer gegebenen Grammatik entfernt. Welche Bedingungen muss die Grammatik erfüllen, damit Ihr Verfahren anwendbar ist?

Hinweis: Eine Kette kann auch wieder zur Anfangsvariable zurückführen und somit einen Kreis bilden.

(b) Demonstrieren Sie das Verfahren anhand der folgenden Grammatik.

$$\begin{array}{lll}
\Sigma & = \{ & a, b, c, d, e, f, g\} \\
V & = \{ & A, B, C, D, E, F, G\} \\
P & = \{ & S \to AFGE \\
 & & A \to B \,|\, a \\
 & & B \to C \,|\, E \,|\, b \\
 & & C \to D \,|\, c \\
 & & D \to A \,|\, d \\
 & & E \to e \\
 & & F \to G \,|\, f \\
 & & G \to g \qquad\qquad \}
\end{array}$$

5. Aufgabe:

(a) Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{a^k b^k \mid k \geq 1\}$ das *kontextfreie Pumping Lemma* erfüllt.

(b) Zeigen Sie direkt (d.h. ohne Umweg über die *Chomsky-Normalform*), dass jede reguläre Sprache das kontextfreie Pumping Lemma erfüllt.

6. Aufgabe:

(a) Bringen Sie die folgende kontextfreie Grammatik in die *Chomsky-Normalform.*

$$\begin{array}{lll}
G & = & (V, \Sigma, P, S) \\
V & = & \{S, A, B\} \\
\Sigma & = & \{a, b\} \\
P & = & \{ \quad S \to aB \mid bA \\
 & & \qquad A \to aS \mid bAA \mid a \\
 & & \qquad B \to bS \mid aBB \mid b \quad \}
\end{array}$$

(b) Welche Form hat der *Ableitungsbaum* eines Wortes $x \in L$, wenn die zugehörige Sprache L durch eine Grammatik in Chomsky-Normalform gegeben ist? Wieviele Ableitungsschritte werden benötigt, um x anhand dieser Grammatik zu erzeugen?