

Theoretische Informatik II

13. Übung

1. Aufgabe: Wir betrachten die Reduktion von 3-SAT auf das *Rucksackproblem* aus der Vorlesung.

(a) Führen Sie die Reduktion für die Formel

$$F = (x_1 \vee \neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_3 \vee x_3 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_4 \vee \neg x_2)$$

aus. Wieviele Lösungen des *Rucksackproblems* entsprechen einer Belegung der Variablen.

(b) Modifizieren sie die Reduktion aus der Vorlesung so, dass die „Ausgleichsobjekte“ c_i und d_i jeweils den Wert $c_i = d_i = \underbrace{0 \dots 1 \dots 0}_m \underbrace{0 \dots 0}_n$ haben. Wieviele Lösungen für das *Rucksackproblem* entsprechen jetzt einer Belegung der Variablen?

2. Aufgabe: Wir betrachten das *Rucksackproblem* $R = (a_1, \dots, a_k; b)$, wobei die Gewichtswerte die folgende Bedingung erfüllen:

$$a_i \geq \sum_{j=1}^{i-1} a_j \quad \text{für alle } 2 \leq i \leq k$$

Das heißt, jedes a ist größer als die Summe aller vorangegangenen Gewichte.

(a) Geben Sie eine Folge an, die die obige Bedingung erfüllt.

(b) In welcher Zeit läßt sich dieses spezielle *Rucksackproblem* lösen.

3. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das Problem der *kürzesten Wege* in gerichteten Graphen, wobei auch negative Kantengewichte zugelassen sind, $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.

Hinweis: Reduzieren Sie *gerichteter Hamiltonkreis* $\leq_p$ *kürzester Weg*.

4. Aufgabe: Zeigen Sie, dass das Problem des *Handlungsreisenden* $\mathcal{NP}$ -vollständig ist.

Hinweis: Reduzieren Sie *gerichteter Hamiltonkreis* $\leq_p$ *TSP*.

5. Aufgabe: Wir betrachten das Verfahren, um eine beliebige *aussagenlogische Formel* in *Polynomialzeit* in eine *erfüllbarkeitsäquivalente 3-KNF*-Formel umzuwandeln.

- (a) Demonstrieren Sie das Verfahren an folgender Formel:

$$F = (a \rightarrow (b \wedge c) \vee (\neg c \leftrightarrow (a \vee b)))$$

- (b) Was bedeutet diese Reduktion für das *3-SAT*-Problem bezüglich $\mathcal{NP}$? Warum ist es dazu wichtig, dass die Reduktion in Polynomialzeit durchführbar ist?