

Theoretische Informatik II

5. Übung

1. Aufgabe: (Aus Übung 4) Sei Σ ein beliebiges Alphabet. Wir betrachten die Funktion $h : \Sigma \rightarrow \Sigma \cup \{\varepsilon\}$, die $a \in \Sigma$ entweder a oder ε zuordnet. Das heißt, es werden einfach bestimmte Buchstaben aus dem Alphabet entfernt.

Weiterhin ist für ein Wort $\omega = a_1 \dots a_n$ die Funktion $\hat{h}(\omega) = h(a_1) \dots h(a_n)$ definiert, die die Funktion h auf die einzelnen Buchstaben des Wortes anwendet. Zu einer beliebigen Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ erhält man dadurch die Sprache $L' = \{\hat{h}(\omega) : \omega \in L\}$.

- (a) *Zeigen Sie:* Wenn L' nicht regulär ist, dann ist L auch nicht regulär.
- (b) Benutzen Sie diese Aussage, um zu zeigen, dass korrekt geklammerte arithmetische Ausdrücke (siehe die folgende Grammatik) keine reguläre Sprache bilden.

$$\begin{aligned} G &= (V, \Sigma, P, E) \\ V &= \{E, T, F\} \\ \Sigma &= \{a, +, *, (,)\} \\ P &= \left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow T \mid E + T \\ T \rightarrow F \mid T * F \\ F \rightarrow a \mid (E) \end{array} \right\} \end{aligned}$$

2. Aufgabe: Sei L eine gegebene Sprache. Für jedes $\omega \in \Sigma^*$ existiert eine sogenannte Endsprache. Diese umfasst alle die Wörter $u \in \Sigma^*$, für die gilt $\omega u \in L$.

- (a) Geben Sie alle verschiedenen Endsprachen für $L = \{(aa)^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 1\}$ an.
- (b) Zeigen Sie, dass jede reguläre Sprache nur endlich viele verschiedene Endsprachen besitzt.
- (c) Konstruieren Sie den minimalen DFA aus den Endsprachen für die Sprache von (a). Üben Sie dasselbe auch noch einmal für
- L_2 der Vorlesung (vorletztes Zeichen eine 0),
 - a^* ,
 - die Sprache nur aus dem leeren Wort und
 - die leere Sprache. (= die leere Menge.)

3. Aufgabe: Bestimmen Sie die Endsprachen der Sprache $L = \{1^n \mid n \text{ Quadratzahl}\}$.