

Theoretische Informatik II

2. Übung

1. Aufgabe: Sei im folgenden als Alphabet stets $\Sigma = \{a, b\}$ gewählt. Geben Sie für die nachfolgenden Sprachen induktive Definitionen sowie Grammatiken an. Welchen Typ haben die Sprachen bzw. die Grammatiken in der Chomsky-Hierarchie?

- (a) $L = \{a^n b^n : n \geq 1\}$
- (b) $L = \{a^{3n+1} b : n \geq 1\}$
- (c) $L = \{w^R w : w \in \Sigma^*\}$
- (d) $L = \{w \in \Sigma^* : w^R = w\}$

Sei dabei w^R das Wort, das sich ergibt, wenn man in $w \in \Sigma^*$ die Zeichenfolge umdreht.

2. Aufgabe: Skizzieren Sie eine Typ-1-Grammatik für die folgende Sprache.

$$L = \{a + b = c : a, b, c \in \{0, 1\}^n, \ n \geq 1, \text{ Als Binärzahlen interpretiert gilt: } \\ c \text{ ist die Summe aus } a \text{ und } b.\}$$

3. Aufgabe: Wir betrachten die Grammatik $G = (\Sigma, V, P, s)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $s = S$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \\ A \rightarrow aCb \\ B \rightarrow aCB \mid CD \\ C \rightarrow B \mid \varepsilon \\ D \rightarrow B \mid \varepsilon \end{array} \right\}$$

Eliminieren Sie alle ε -Regeln, wobei die erzeugte Sprache natürlich gleich bleiben soll.

4. Aufgabe: In einer Grammatik können Produktionen der Art

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C, \text{ usw.}$$

auftreten. Wobei A , B und C hier einzelne Variablen aus V sind. Diese Produktionen nennen wir *Kettenregeln*.

- (a) Geben Sie ein Verfahren an, das alle Kettenregeln aus einer gegebenen Grammatik entfernt. Welche Bedingungen muss die Grammatik erfüllen, damit Ihr Verfahren anwendbar ist?

Hinweis: Eine Kette kann auch wieder zur Anfangsvariable zurückführen und somit einen Kreis bilden.

- (b) Demonstrieren Sie das Verfahren anhand der folgenden Grammatik.

$$\begin{aligned} \Sigma &= \{ a, b, c, d, e, f, g \} \\ V &= \{ A, B, C, D, E, F, G \} \\ P &= \{ S \rightarrow AF \\ &\quad A \rightarrow B \mid a \\ &\quad B \rightarrow C \mid E \mid b \\ &\quad C \rightarrow D \mid c \\ &\quad D \rightarrow A \mid d \\ &\quad E \rightarrow e \\ &\quad F \rightarrow G \mid f \\ &\quad G \rightarrow g \quad \quad \quad \} \end{aligned}$$