Prof. Dr. A. Goerdt
A. Lanka

TU Chemnitz
Sommersemester 2008
03.07.2008

Theoretische Informatik II

10. Übung

1. Aufgabe:

   Seien L_1 und L_2 rekursiv aufzählbare Sprachen. Ist $L_1 \setminus L_2$ ebenfalls rekursiv aufzählbar?

2. Aufgabe:

   Betrachten Sie die Sprache

   $$L = \{w_1\#w_2 : M_{w_1} \text{ und } M_{w_2} \text{ berechnen die gleiche Funktion}\}.$$

   Ist L entscheidbar, semi-entscheidbar oder nicht semi-entscheidbar? Welche der Eigenschaften besitzt $\overline{L}$?

3. Aufgabe:

   a) Bestimmen Sie für jedes der folgenden Korrespondenzprobleme eine Lösung bzw. zeigen Sie, dass es keine Lösung hat:

      (i) $\left\{ \binom{aa}{ab}, \binom{a}{bb}, \binom{bba}{a}, \binom{a}{ab}, \binom{b}{a} \right\}$

      (ii) $\left\{ \binom{ab}{b}, \binom{aba}{ba}, \binom{ab}{ba}, \binom{a}{abb} \right\}$

      (iii) $\left\{ \binom{01}{1}, \binom{10}{01}, \binom{10}{101}, \binom{110}{100} \right\}$

   b) Gibt es ein lösbares Korrespondenzproblem mit endlich vielen Lösungen?

   c) Zeigen Sie, daß das PCP über einelementigen Alphabeten entscheidbar ist.

4. Aufgabe:

   Ist das folgende Problem entscheidbar?

   Gegeben: Eine Folge $\{(x_1, y_1), ..., (x_k, y_k)\}$ von Wortpaaren mit $x_i, y_i \in \Sigma^+$.

   Frage: Gibt es zwei Folgen $(i_1, \ldots, i_n)$ und $(j_1, \ldots, j_m)$ mit $n, m \geq 1$, so dass $x_{i_1} \ldots x_{i_n} = y_{j_1} \ldots y_{j_m}$ gilt?

5. Aufgabe:

   Wir betrachten den Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$. Für konstante k (unabhängig von n) ist $\binom{n}{k} = \Theta(n^k)$. Hängt k aber von n ab, gilt das nicht mehr.

   Finden Sie (auf elementarem Weg) gute untere Schranken für $\binom{n}{k}$ für die Fälle $k = n/2$ und $k = \alpha \cdot n$, wobei α eine positive Konstante < 1 ist.

   Welche Konsequenzen ergeben sich für die Probleme Clique, Independent Set, Vertex Cover?