Prof. Dr. A. Goerdt
A. Lanka

TU Chemnitz
Sommersemester 2008
25.06.2008

Theoretische Informatik II

9. Übung

1. Aufgabe:

   Wir betrachten eine (nicht unbedingt endliche) Menge M und deren Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$. Zeigen Sie, dass $\mathcal{P}(M)$ mehr Elemente als M enthält.

   Hinweis: Führen Sie einen indirekten Beweis, indem Sie davon ausgehen, dass es eine bijektive Funktion $f : M \to \mathcal{P}(M)$ gibt. Konstruieren Sie dann eine Teilmenge W von M, die kein Urbild $f^{-1}(W)$ haben kann.

2. Aufgabe:

   Wir betrachten Turing-Maschinen über dem Bandalphabet $\Gamma = \{1, \square\}$. Geben Sie eine Turing-Maschine an, die eine eingebene zusammenhängende Folge von Einsen verdoppelt.

3. Aufgabe:

   Wir betrachten wieder Turing-Maschinen über dem Bandalphabet $\Gamma = \{1, \square\}$, jedoch nur solche, die auf dem leeren Band starten und terminieren. Unter den Maschinen mit n Zuständen gibt es eine, die die meisten Einsen auf das Band schreibt. Die „fleißige–Biber–Funktion“ $bb : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gibt diese Anzahl an.

   Zeigen Sie, daß bb nicht Turing-berechenbar ist.

   Hinweis: Nehmen Sie an, es gäbe eine Turing-Maschine M, die bei Eingabe n (unär kodiert) $bb(n)$ auf das Band schreibt. Um einen Widerspruch zu erzeugen, konstruieren Sie mit Hilfe von M eine zweite Turing-Maschine M', die mehr Einsen auf das Band schreibt als bb zulassen würde.