

## Theoretische Informatik II

### 7. Übung

1. Aufgabe:

Der Schnitt einer kontextfreien und einer regulären Sprache ist wieder eine kontextfreie Sprache.

Demonstrieren Sie den zugehörigen Beweis anhand der Sprachen  $L_1 = \{a^n b^n : n \geq 1\}$  und  $L_2 = \{a^{2^n} b^m : n, m \geq 1\}$ .

2. Aufgabe:

Zeigen Sie, dass folgende Funktionen LOOP-berechenbar sind:

- |  |  |
|--|--|
| a) $\text{if } x_1 \geq x_2 \text{ then } A \text{ else } B$ ( $A, B$ sind LOOP-Programme) |  |
| b) $x_1^{x_2}$   | e) $\text{FIB}(x_1)$ ( $x_1$ -te Fibonacci-Zahl) |
| c) $\max(x_1, x_2)$  | f) $x_1!$  |
| d) $x_1 \text{ DIV } x_2$  | g) $\binom{x_1}{x_2}$                            |

3. Aufgabe:

Simulieren Sie folgendes WHILE-Programm durch eine Turingmaschine.

```
WHILE  $x_1 \neq 0$  DO  
     $x_0 = x_0 + 2$   
     $x_1 = x_1 - 1$   
END
```

4. Aufgabe:

Gegeben sei eine Turing-Maschine  $M$ , die bei jeder Eingabe der Länge  $n > 50$  eine Laufzeit  $t_M(n) \leq n/2$  hat. Zeigen Sie, dass dann sogar  $t_M(n) = O(1)$  gilt.

5. Aufgabe:

Zeigen Sie, dass jede Turing-Maschine  $M$  so in eine Turing-Maschine  $M'$  überführt werden kann, dass  $M'$  auf einem einseitig beschränkten Band rechnet.