Prof. Dr. A. Goerdt

TU Chemnitz
Sommersemester 2008
26.06.2008

# Theorie der Programmiersprachen

## 8. Übung

1. Aufgabe:

   Geben Sie (bis auf Variablenumbenennungen) alle Resolventen der beiden Klauseln $K_1$ und $K_2$ an.

$$K_1 = \{\neg P(x,y), \neg P(f(a), g(u,b)), Q(x,u)\}$$
$$K_2 = \{P(f(x), g(a,b)), \neg Q(f(a), b), \neg Q(a,b)\}$$

2. Aufgabe:

   Gegeben sei folgende Grundresolution

$$\begin{tikzcd}
\{P(x,y), P(f(a),z)\} \arrow[d, "{[x/f(a)]\ [y/g(b)]\ [z/g(b)]}"] & & \{\neg P(f(x), g(y)), Q(x,y)\} \arrow[d, "{[x/a]\ [y/b]}"] \\
\{P(f(a), g(b))\} \arrow[dr, no head] & & \{\neg P(f(a), g(b)), Q(a,b)\} \arrow[dl, no head] \\
& \{Q(a,b)\} &
\end{tikzcd}$$

   Vollziehen Sie im Beweis des Lifting-Lemmas nach, welche prädikatenlogische Resolution hieraus entsteht.

3. Aufgabe:

   Bei endlichen aussagenlogischen Klauselmengen $F$ ist $Res^*(F)$ immer eine endliche Menge. Man gebe eine endliche prädikatenlogische Klauselmenge $F$ an, so dass für alle $n$ gilt:

$$Res^n(F) \neq Res^*(F).$$

4. Aufgabe:

   Wir betrachten den mathematischen Begriff der Gruppe mit einer zweistelligen Operation $\circ$. Mit dem Prädikat $P(x,y,z)$ drücken wir aus, dass $x \circ y = z$ gilt. Dann können die Gruppenaxiome durch folgende prädikatenlogische Formel dargestellt werden:

1. $\forall x \forall y \exists z P(x, y, z)$
   (Abgeschlossenheit)
2. $\forall u \forall v \forall w \forall x \forall y \forall z \, ((P(x, y, u) \wedge P(y, z, v)) \rightarrow (P(x, v, w) \leftrightarrow P(u, z, w)))$
   (Assoziativität)
3. $\exists x \, (\forall y P(x, y, y) \wedge \forall y \exists z P(z, y, x))$
   (Existenz eines links-neutralen Elementes und Existenz von Links-Inversen)

Aus den oben prädikatenlogisch formulierten Gruppenaxiomen folgere man mittels Resolutionskalkül:

(a) Es gibt ein rechts-neutrales Element.

(b) Falls $G$ eine abelsche Grupppe ist (d. h. es gilt zusätzlich das Kommutativgesetz), dann gilt für alle $x, y$ in $G$, dass $x \circ y \circ x^{-1} = y$.

(c) Wählen Sie sich eine beliebige Interpretation und zeigen Sie, wie man in dem von Ihnen gefundenen Resolutionsbeweis „hochgehen“ kann, bis man zu einer Klausel kommt, die in Ihrer Interpretation falsch ist.