

## Theoretische Informatik III

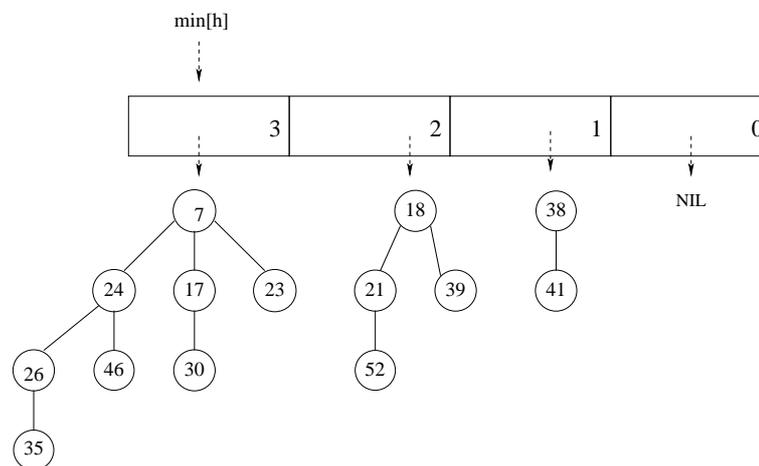
### 2. Übung

1. Aufgabe:

Führen Sie eine amortisierte Analyse für die Addition von  $n$  Einsen (beginnend mit 0) in der Ternärdarstellung durch. Wie lange kann eine einzelne Addition dauern?

2. Aufgabe:

Führen Sie  $\text{DeleteMin}(h)$  auf folgendem binomialen Heap  $h$  aus:



3. Aufgabe:

Wir betrachten eine Folge  $\sigma = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$  von Operationen auf einem anfangs leeren binomialen Heap mit „lazy“ meld.

Dabei bestehe  $\sigma$  aus

- $n_1$ -mal *Insert*
- $n_2$ -mal *DeleteMin* und
- $n_3$ -mal *Minimum*

in einer beliebigen Reihenfolge. Beweisen Sie, daß  $\sigma$  einen Zeitaufwand von  $O(n_1 + n_2 \cdot \log n_1 + n_3) = O(n \log n)$  mit  $n = n_1 + n_2 + n_3$  besitzt.

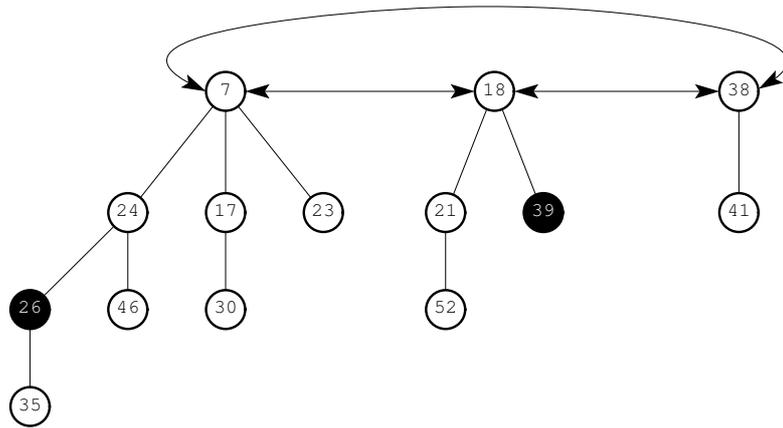
4. Aufgabe:

Sei  $F_i$  die Folge der Fibonaccizahlen. Also  $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$  mit  $F_0 = 0$  und  $F_1 = 1$ . Sei weiterhin  $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  der Wert des goldenen Schnittes.

Zeigen Sie  $F_i \geq \varphi^{i-2}$  für alle  $i > 0$ .

5. Aufgabe:

Führen Sie  $\text{DeleteMin}(h)$  auf folgendem Fibonacci-Heap  $h$  aus:



6. Aufgabe:

- a) Geben Sie für jedes  $n > 0$  eine Folge von Operationen für den Fibonacci-Heap an, so daß ein Baum der Art



mit  $n$  Knoten entsteht.

- b) Zeigen Sie, daß die Operationen  $\text{DeleteMin}(h)$ ,  $\text{Cut}(i, h)$ ,  $\text{DecreaseKey}(i, j, h)$  im Fibonacci-Heap  $h$  mit  $n$  Knoten eine im worst-case-Laufzeit von  $\Theta(n)$  haben.