

Theoretische Informatik III

3. Übung

1. Aufgabe

Sei F_i die Folge der Fibonaccizahlen. Also $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$ mit $F_0 = 0$ und $F_1 = 1$.
Sei weiterhin $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ der Wert des Goldenen Schnittes. Zeigen Sie $F_i \geq \varphi^{i-2}$ für alle $i > 0$.

2. Aufgabe

- a) Geben Sie für jedes $n > 0$ eine Folge von Operationen für den Fibonacci-Heap an, so daß ein Baum der Art



mit n Knoten entsteht.

- b) Zeigen Sie, daß im worst case die Operationen $\text{DeleteMin}(h)$, $\text{Cut}(i, h)$, $\text{DecreaseKey}(i, j, h)$ im Fibonacci-Heap h mit n Knoten ein Laufzeitverhalten von $\Omega(n)$ haben.

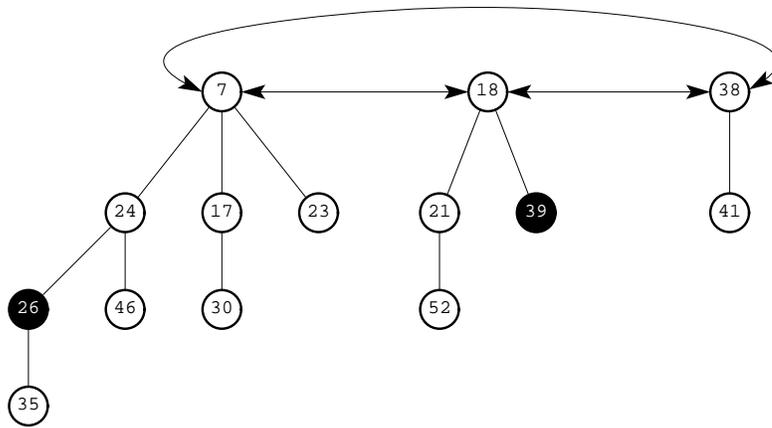
3. Aufgabe

Führen Sie eine amortisierte Analyse für die Operationen auf Fibonacci-Heaps durch. Benutzen Sie die Potentialfunktion aus der Vorlesung

$$\Phi(h) = \text{Anzahl der Bäume} + 2 \cdot \text{Anzahl der markierten Knoten.}$$

4. Aufgabe

Führen Sie $\text{DeleteMin}(h)$ auf folgenden Fibonacci-Heap h aus:



5. Aufgabe

Geben Sie eine Familie von Operationsfolgen an, bei der die Kosten der Heuristik TR nicht $O(\text{Kosten der Heuristik MF})$ sind.