Technische Universität Chemnitz Sommersemester 2002
Professur Theoretische Informatik
Prof. Dr. A. Goerdt, Dipl.-Inf. F. Schädlich, Dipl.-Inf. A. Lanka

1. Übung Theoretische Informatik II

Aufgabe 1

Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und die beiden Teilmengen $A = \{a\}$ und $B = \{b\}$. Beschreiben Sie folgende Mengen :

a) A^*
b) B^+
c) $(AB)^*$
d) A^*B^*
e) $(A \cup B)^*$
f) $(A \cap B)^*$
g) $(AB)^* \cap (A^*B^*)$
h) $\overline{B^*}$
i) $\overline{(A \cup B)^*}$

Aufgabe 2

Sei im folgenden als Alphabet stets $\Sigma = \{a, b\}$ gewählt. Geben Sie für die nachfolgenden Sprachen eine rekusive Definition sowie Grammatiken, die diese Sprachen erzeugen, an.

a) $L = \{a^n b^n \ : \ n \geq 1\}$
b) $L = \{a^{3n+1} b \ : \ n \geq 1\}$
c) $L = \{w^R w \ : \ w \in \Sigma^*\}$
d) $L = \{w \in \Sigma^* \ : \ w^R = w\}$

Sei dabei w^R das Wort, das sich ergibt, wenn man in $w \in \Sigma^*$ die Zeichenfolge umdreht.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Menge $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Bestimmen Sie für die Relation

$$R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (5, 4)\}$$

a) die transitive

b) die reflexive und transitive

c) die symmetrische

Hülle.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, daß die folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind, und geben Sie ihre Äquivalenzklassen an:

a) Die Relation R_1 über den ganzen Zahlen, die definiert ist durch iR_1k genau dann, wenn $i = k$.

b) Die Relation R_2 über der Menge aller Menschen, die definiert ist durch pR_2q genau dann, wenn p und q zur gleichen Stunde und am gleichen Tag eines Jahres geboren wurden.

c) Die Relation R_3 über der Menge aller Menschen, die definiert ist durch pR_3q genau dann, wenn p und q zur gleichen Stunde und am gleichen Tag desselben Jahres geboren wurden.

Aufgabe 5

Sei $R \in S \times S$ eines beliebige Relation auf S. Dann ist die zu R inverse bzw. duale Relation R^{-1} definiert durch: $R^{-1} = \{(y, x) \in S \times S : (x, y) \in R\}$. Welche Eigenschaft(en) kennen Sie, die die Relation R^{-1} haben muß, wenn die Relation R bereits diese Eigenschaft(en) hat? Beweisen Sie Ihre Aussage.