WHILE $\subseteq$ TM

PRO VARIABLE EIN (!) BAND. VARIABLENZAHL FEST!

WHILE $\subseteq$ GOTO ✓

GOTO $\subseteq$ WHILE

WHILE count $\neq 0$ DO

  IF count $= 1$ THEN 1. ANWEISUNG

  ⋮

  IF count $= k$ THEN k. ANWEISUNG

END

ANWEISUNG = HALT
$\rightsquigarrow$ COUNT $= 0$.

TM $\subseteq$ GOTO

$\alpha z \beta \rightsquigarrow$ 3 VARIABLEN
$x \leftrightarrow \alpha$, $y \leftrightarrow \beta$, $z \leftrightarrow z$

B-ADISCH, $B \geq |\Gamma|$, KEINE NULLEN

FOLGERUNG
TM = 2 ZÄHLER + ENDLICHE ZUSTÄNDE

= 2 KELLER + "

PRIMITIVE REKURSION

$H(y_1, y_2, x_1, \ldots, x_{n2})$ · DEFINIERT

$g(x_1, \ldots, x_{n2})$ · · · "

(2 WENIGER)

$F(0, x_1, \ldots, x_{n2}) = g(x_1, \ldots, x_{n2})$

$F(N+1, \;\; \cdot \;\;) = H(F(N, x_1, \ldots, x_{n2}),$
$N, x_1, \ldots, x_{n2})$

SIMULTANE PRIMITIVE REKURSION

H_1, H_2, H_3 (3 ALS BEISPIEL)

g_1, g_2, g_3

$F_1(0, \bar{x}) = g_1(\bar{x}), \ldots, F_3(\ldots) = g_3(\bar{x})$

$F_1(N+1, \bar{x}) = H_1(F_1(N,), F_2(N,), F_3(N,),$
$N, \bar{x})$

$F_2(\quad) = H_2$ "

$F_3(\quad) = H_3$

$F : \mathbb{N}^{32+1} \rightarrow \mathbb{N}$ EVENTUELL PARTIELL

$\mu F : \mathbb{N}^{32} \rightarrow \mathbb{N}$

$F(0, \bar{x}) \neq 0 \;,\; F(1, \bar{x}) \neq 0, \ldots, F(N, \bar{x}) = 0$

DANN $(\mu F)(\bar{x}) = N$.

WHILE $\subseteq \mu$-REKURSIV

WHILE $x_i \neq 0$ DO P END

$g_P : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $\quad x = \langle\langle x_1, \ldots, x_{32} \rangle\rangle$,

$H_P(N, x)$ = N-FACHE ITERATION
$g_P(g_P(\ldots(g_P(x))\ldots))$

$D_{j}(H_P(N, x))$ = WERT VON x_j $\leftarrow$
NACH N g_P'S AUF x.

$F(N, x) = D_i(H_P(N, x))$

$(\mu F)(x)$ = # ITERATIONEN DER
WHILE SCHLEIFE

$H_P((\mu F)(x), x)$ = SIMULATION
DER WHILE SCHLEIFE

KLEENE'SCHE NORMALFORMSÄTZE

WHILE PROGRAMME

WHILE $x_1 \neq 0$ DO

LOOP PROGRAMM P

END

μ-REKURSIVE FUNKTIONEN

$F : \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$ μ-REKURSIV

DANN

$$F(x_1, \dots, x_k)$$

$$= P(\mu Q(x_1, \dots, x_k), x_1, \dots, x_k))$$

$P, Q : \mathbb{N}^{k+1} \to \mathbb{N}$ PRIMITIV REKURSIV

ALLES BERECHENBARE IST VON DER FORM

$$P(\mu Q(x_1, \dots, x_k), x_1, \dots, x_k))\ !$$

KEINE ALGORITHMISCHE AUFLISTUNG ALLER (!) TOTALER BERECHENBARER FUNKTIONEN.

= ALLER IMMER HALTENDEN FOR's, GOTO's, WHILE's,...

SONST

	1	2	3
f_1			
f_2			
$\vdots$			

$T(i) = f_i(i) + 1$

TOTAL, BERECHENBAR, NICHT DABEI.

IST M EINE TM. DANN PRÄDIKAT

$HALT(M,x) = 1 \Leftrightarrow M(x)$ HÄLT

$HALT(M,x) = 0 \Leftrightarrow M(x)$ HÄLT NICHT

NICHT BERECHENBAR

SONST: SEI N TM FÜR HALT.

MODIFIZIERE JEDE TM L

SO: $L(x) \longmapsto N(L,x)$; FALLS $L(x)$ HÄLT BERECHNE $L(x)$. SONST 0. ↯

EXKURS ZU MÄCHTIGKEITEN

M ABZÄHLBAR

$\Leftrightarrow$ SURJEKTION $f: \mathbb{N} \twoheadrightarrow M$

$\Leftrightarrow$ INJEKTION $g: M \hookrightarrow \mathbb{N}$

$P(\mathbb{N})$ ÜBERABZÄHLBAR.

$\mathbb{R}$ "

0, 0 1 0 0 1 1 ...
0, 1 1 1 1 1 1 ...

ALLE VERSCHIEDEN

$\rightarrow$ DIAGONALISIEREN

BEACHTE

$0{,}0999\ldots = 0{,}1000$

Σ ENDLICH $\Rightarrow$ Σ^* ABZÄHLBAR

$\varepsilon, a_1, \ldots, a_n, a_1 a_1, \ldots$

Σ ABZÄHLBAR $\Rightarrow$ Σ^* ABZÄHLBAR

$\Sigma = \{a_1, a_2, \ldots, a_m, a_{m+1}, \ldots\}$

$a_{i_1} a_{i_2} a_{i_3} \ldots a_{i_k} \mapsto \langle\langle i_1, \ldots, i_k \rangle\rangle \in \mathbb{N}$

$= c(i_1, c(i_2, (\ldots c(i_k, 0) \ldots)))$

INJEKTION !