

Übung 4

Logik

1 – Syntax

Konstanten:

peter

johanna

duden

algebra

Prädikatssymbole (Relationen):

schlafen()

buch()

lesen(,)

1 – stellig

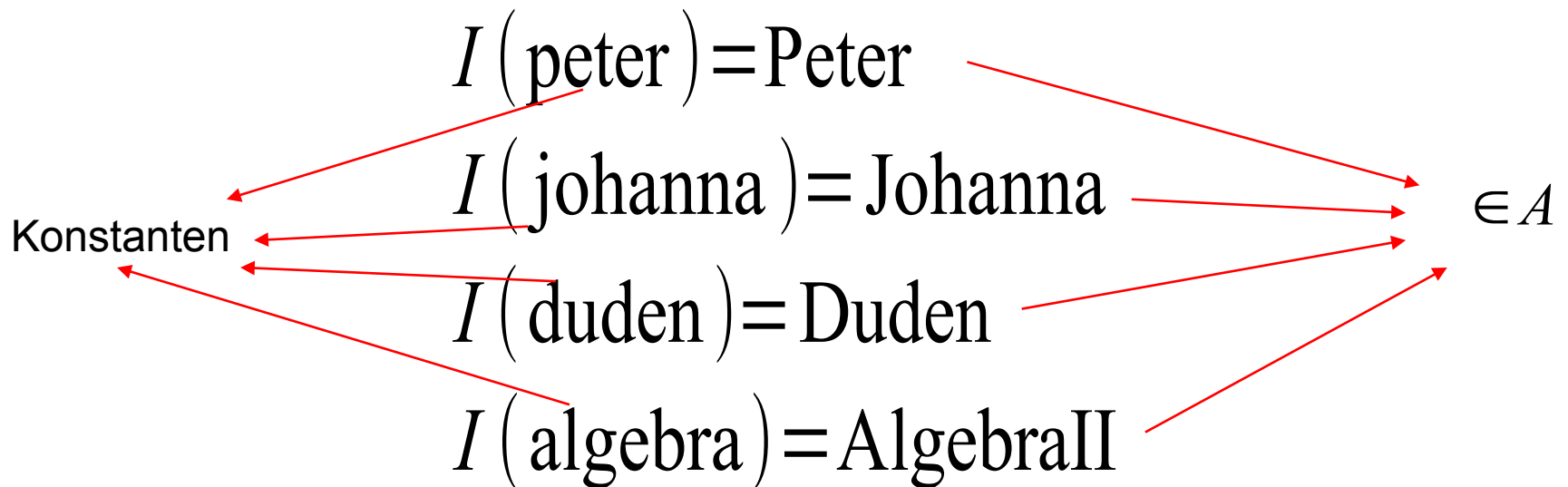
2 – stellig



2 – Semantik

Modell (Struktur): $M = \langle A, I \rangle$

$A = \{ \text{Peter, Hans, Johanna, Duden, AlgebraII} \}$



Hier wird Hans nicht benutzt.

2 – Semantik

$$I(\text{schlafen}) = \{\text{Peter}\}$$

$$I(\text{buch}) = \{\text{Duden}, \text{AlgebraII}\}$$

$$\subseteq A^1$$

Relationen

$$I(\text{lesen}) = \{(\text{Peter}, \text{Duden}), (\text{Johanna}, \text{Duden}), (\text{Hans}, \text{AlgebraII})\}$$

$$\subseteq A^2$$

Hier wird Hans benötigt.

3 – Interpretationen von Termen

Variablenbelegung: $g(x) = \text{Hans}$
 $g(y) = \text{Duden}$

Interpretation – Konstante:

$$[[\text{johanna}]]^{M,g} = I(\text{johanna}) = \text{Johanna}$$

Interpretation – Variable:

$$[[y]]^{M,g} = g(y) = \text{Duden}$$

Terme



3 – Formel – Wahrheitswerte

Formel: $\text{lesen}(x, y)$

$$\llbracket \text{lesen}(x, y) \rrbracket^{M, g} = 1 \Leftrightarrow (g(x), g(y)) \in I(\text{lesen})$$

$$(\text{Hans}, \text{Duden}) \notin I(\text{lesen}) \quad \Rightarrow \quad \llbracket \text{lesen}(x, y) \rrbracket^{M, g} = 0 \quad (\text{falsch})$$

andere Variablenbelegung:

$$h(x) = \text{Peter} \quad \Rightarrow \quad \llbracket \text{lesen}(x, y) \rrbracket^{M, h} = 1 \quad (\text{wahr})$$

$$h(y) = \text{Duden} \quad (\text{Peter}, \text{Duden}) \in I(\text{lesen})$$

4 – Typenlogik – Syntax

Konstanten

Typ e

peter _{e} johanna _{e} duden _{e} algebra _{e}

Typ $\langle e, t \rangle$

schlafen _{$\langle e, t \rangle$} buch _{$\langle e, t \rangle$}

Typ $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$

lesen _{$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$}

4 – Typenlogik – Syntax Variablen

x_e y_e

$P_{\langle e,t \rangle}$ $Q_{\langle e,t \rangle}$  neu