5.5.4 Semantik der Typenlogik

Struktur – Typenlogik

$$M = \langle A, V, D \rangle$$

nichtleere Menge von Individuen

$$V : K_\sigma \rightarrow D_\sigma$$

$$D = \{ D_\sigma : \sigma \in T,\ D_\sigma \text{ - beliebige Menge} \}$$

$$D_e = A$$

$$D_t = \{0,1\}$$

$$D_{<\sigma,\tau>} = D_\tau^{D_\sigma}$$

Die Bedeutung eines Ausdrucks vom Typ $<\sigma,\tau>$ ist also eine Abbildung von der Menge möglicher Bedeutungen vom Typ σ in die Menge möglicher Bedeutungen vom Typ τ .

Belegung

$$h : Var \to \bigcup_{\sigma \in T} D_\sigma$$

$$h(x) \in D_\sigma \quad \forall x \in Var_\sigma \;\; \sigma \in T$$

Sei $d \in D_\sigma$, $x \in Var_\sigma$ und h eine Belegung in einer Modellstruktur M.
Dann sei

$$h_d^x : Var \to \bigcup_{\sigma \in T} D_\sigma$$

diejenige Belegung in der Modellstruktur M mit:

$$h_d^x(y) = \begin{cases} h(y), & falls \quad y \neq x \\ d, & falls \quad y = x. \end{cases}$$

Wert eines Terms

Den Wert $[[t^\sigma]]^{M,h}$ *eines Terms* t^σ *in* M *unter* h *definieren wir durch:*

$$[[x^\sigma]]^{M,h} = h(x^\sigma) \quad f\ddot{u}r \quad Variablen \quad x^\sigma$$

$$[[c^\sigma]]^{M,h} = V(c^\sigma) \quad f\ddot{u}r \quad Konstanten \quad c^\sigma$$

$$[[t_1(t_2)]]^{M,h} = [[t_1]]^{M,h}([[t_2]]^{M,h})$$

$$[[t_1 = t_2]]^{M,h} = \begin{cases} 1, & falls \quad [[t_1]]^{M,h} = [[t_2]]^{M,h} \\ 0, & sonst \end{cases}$$

Wert eines Terms

Konstante w

Konstante f

$$[[\top]]^{M,h} = 1, \quad [[\bot]]^{M,h} = 0$$

$$[[\neg\alpha]]^{M,h} = f_{\neg}([[\alpha]]^{M,h})$$

$$[[\alpha \wedge \beta]]^{M,h} = f_{\wedge}([[\alpha]]^{M,h}, [[\beta]]^{M,h})$$

$$[[\alpha \vee \beta]]^{M,h} = f_{\vee}([[\alpha]]^{M,h}, [[\beta]]^{M,h})$$

$$[[\alpha \rightarrow \beta]]^{M,h} = f_{\rightarrow}([[\alpha]]^{M,h}, [[\beta]]^{M,h})$$

$$[[\alpha \leftrightarrow \beta]]^{M,h} = f_{\leftrightarrow}([[\alpha]]^{M,h}, [[\beta]]^{M,h})$$

$$[[\forall x^\sigma \alpha]]^{M,h} = \begin{cases} 1, & falls \quad [[\alpha]]^{M,h^{x^\sigma}_d} = 1 \quad für \quad alle \quad d \in D_\sigma \\ 0, & sonst \end{cases}$$

$$[[\exists x^\sigma \alpha]]^{M,h} = \begin{cases} 1, & falls \quad [[\alpha]]^{M,h^{x^\sigma}_d} = 1 \quad für \quad ein \quad d \in D_\sigma \\ 0, & sonst \end{cases}$$

Bemerkung

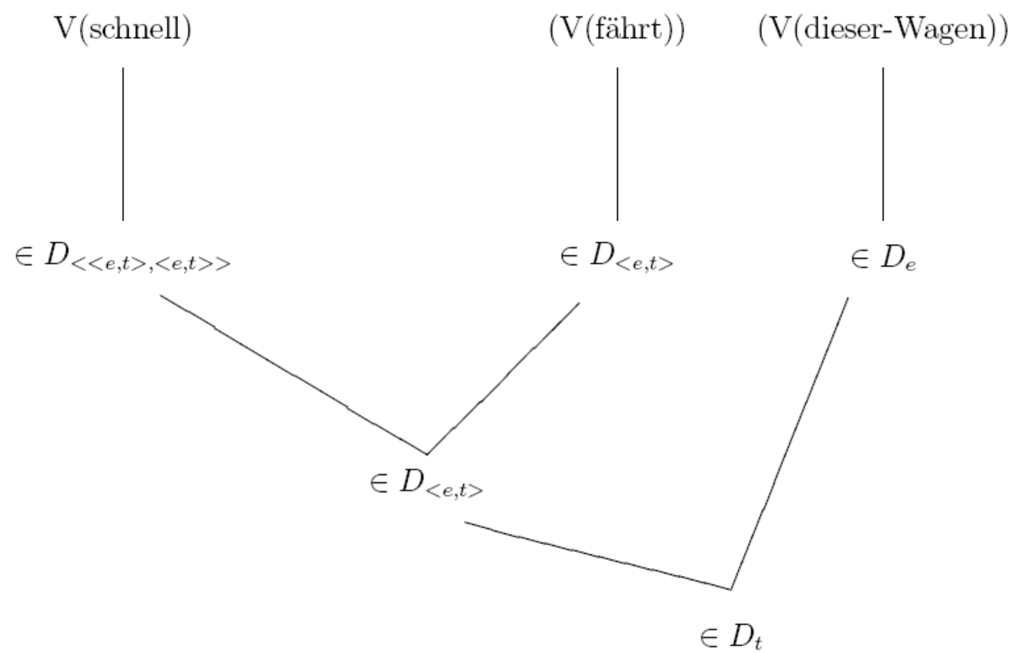
- $f_{\neg}, f_{\wedge}, f_{\vee}, f_{\rightarrow}, f_{\leftrightarrow}$
  sind die üblichen aussagenlogischen Funktionen
- ist *t* ein Term des Typs σ, so gilt stets

$$[\![t]\!]^{M,h} \in D_{\sigma}$$

Beispiel

Dieser Wagen fährt schnell.

$$\mathbf{schnell(fährt)\ (dieser\text{-}Wagen)}$$
$$[[\ \mathbf{schnell}\ (\ \mathbf{fährt}\ )(\ \mathbf{dieser\text{-}Wagen}\ )]]^{M,h} =$$
$$[[\ \mathbf{schnell}\ (\ \mathbf{fährt}\ )]]^{M,h}([[\ \mathbf{dieser\text{-}Wagen}\ ]]^{M,h}) =$$
$$[[\ \mathbf{schnell}\ ]]^{M,h}([[\ \mathbf{fährt}\ ]]^{M,h})([[\ \mathbf{dieser\text{-}Wagen}\ ]]^{M,h}) =$$



5.5.5 λ – Abstraktion und λ – Konversion

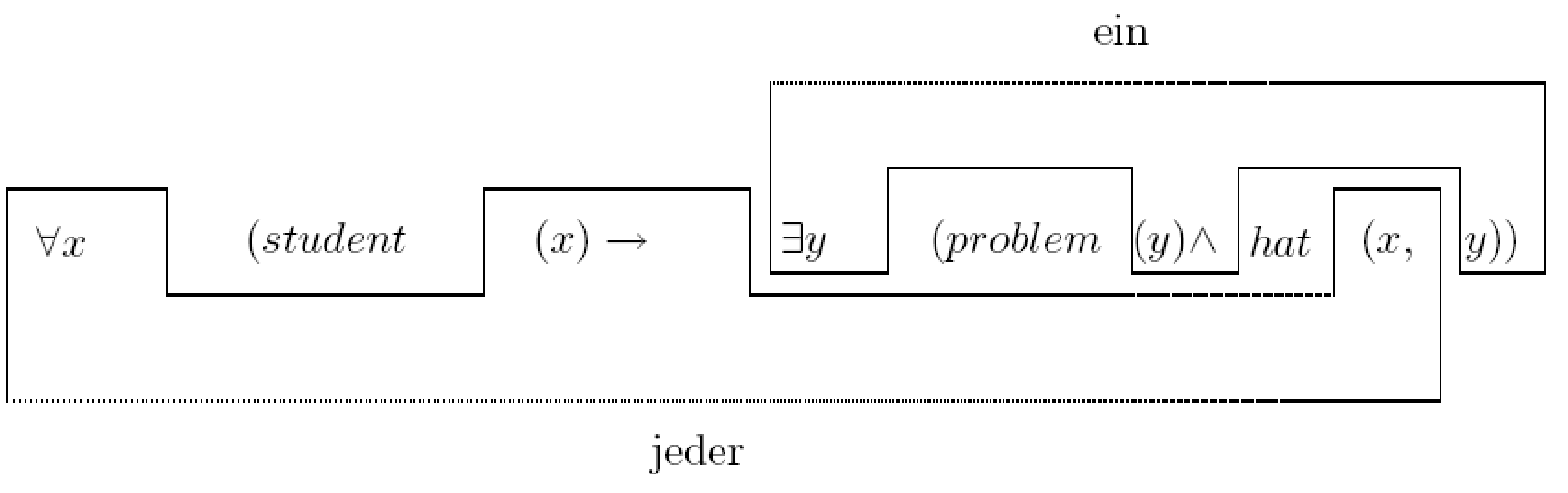
Semantikkonstruktion

- bei allen bisher betrachteten Satzbeispielen wurde eine logische Repräsentation einfach vorausgesetzt
- was die Sprachverarbeitung braucht, ist ein systematisches Verfahren, um von einer natürlich-sprachlichen Satzeingabe aufgrund der syntaktischen Struktur und der lexikalischen Bedeutungsinformation zu einer angemessenen Bedeutungsrepräsentation des Satzes zu gelangen
- Ein Problem der bisherigen Analyse ist, dass nicht erkennbar ist, wie man bestimmten Wörtern überhaupt eine eigenständige Repräsentation zuordnen kann.

Beispiel

Die Repräsentation der Determinatoren – jeder – und – ein – erweist sich mit den bisherigen Mitteln als sehr komplex.

Jeder *Student hat* **ein** *Problem.*



Beispiel

Ein weiteres Problem ist, dass sich die Bedeutungsstruktur nur sehr wenig nach der grammatischen Struktur sprachlicher Ausdrücke zu richten scheint. Sätze sehr ähnlicher syntaktischer Struktur können zu ganz unterschiedlichen semantischen Repräsentationen führen.

***Peter** arbeitet:* $\mathrm{arbeitet}(\mathrm{Peter})$

***Jemand** arbeitet:* $\exists x\, \mathrm{arbeitet}(x)$

***Jeder Student** arbeitet:* $\forall x(\mathrm{student}(x) \rightarrow \mathrm{arbeitet}(x))$

***Kein Student** arbeitet:* $\neg\exists x(\mathrm{student}(x) \wedge \mathrm{arbeitet}(x))$

λ – Operator

x Variable des Typs σ

t Term des Typs τ

$\boxed{\lambda xt}$ Term des Typs $<\sigma,\tau>$

λ Terme

Bemerkungen: λ – Operator

logische Konstante, die wie die Quantoren in der Lage ist, Variablen zu binden

man nennt dies auch *λ* – **Abstraktion**

der Effekt der λ – Abstraktion besteht darin, eine neue Argumentstelle zu öffnen

λxt Term des Typs $< \sigma, \tau >$

λxt verbindet sich mit Termen des Typs σ

und ergibt durch funktionale Applikation als Resultat einen Term

$$\boxed{\lambda xt(t_1)}$$

des Typs τ

Wert eines λ – Termes

$$[\![\lambda x^{\sigma} t]\!]^{M,h} = \left\{ < d, [\![t]\!]^{M,h_d^{x^{\sigma}}} >: d \in D_{\sigma} \right\} : D_{\sigma} \to D_{\tau}$$

Beispiel

$$\underbrace{\lambda x}_{e}\ \underbrace{\text{arbeitet}(x)}_{t} \Longrightarrow < e, t >$$

kann auf **Peter** angewendet werden und ergibt

$$\lambda x\ \text{arbeitet}(x)(\text{Peter})$$

Repräsentation des Satzes: **Peter arbeitet.**

Beispiel

$$\underbrace{\lambda x}_{e}\ \underbrace{\text{sieht}(\text{Maria})(x)}_{t} \quad \Rightarrow \quad < e, t >$$

kann auf **Peter** angewendet werden und ergibt

$$\lambda x\ \text{sieht}(\text{Maria})(x)(\text{Peter})$$

Repräsentation des Satzes: **Peter sieht Maria.**

Beispiel

$$\lambda x \lambda y \,\text{sieht}(y)(x) \quad \Rightarrow \quad <e,<e,t>>$$

$$e \qquad\qquad <e,t>$$

Beispiel

$$\underbrace{\lambda p}_{<e,t>}\ \underbrace{p(\text{Peter})}_{t} \quad \Rightarrow \quad << e,t >,t >$$

Beispiel

Peter arbeitet und sieht Maria.

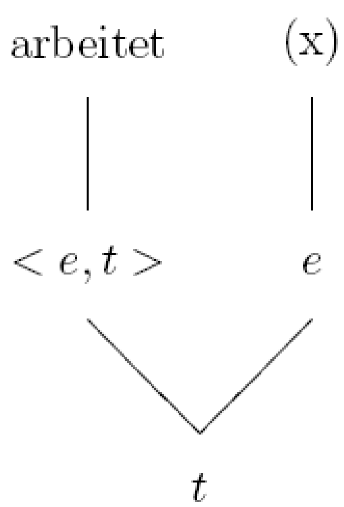
$$\lambda x(\text{arbeitet}(x) \wedge \text{sieht}(\text{Maria})(x))(\text{Peter})$$

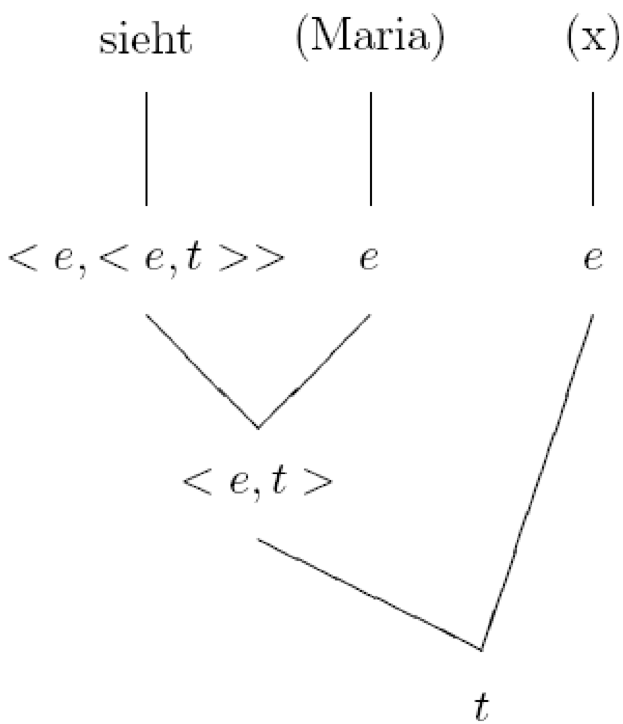
Die beiden Prädikate, die verbunden werden sollen, werden zunächst mit Hilfe der Variablen x zu Formeln (Typ t) komplettiert und dann durch das Konjunktionszeichen zu einer komplexen Formel verbunden. Anschließend wird durch λ – Abstraktion über x ein Term vom Typ < e,t > erzeugt und auf Peter *angewandt.*

Beispiel

Peter arbeitet und sieht Maria.

$$\lambda x(\text{arbeitet}(x) \wedge \text{sieht}(\text{Maria})(x))(\text{Peter})$$



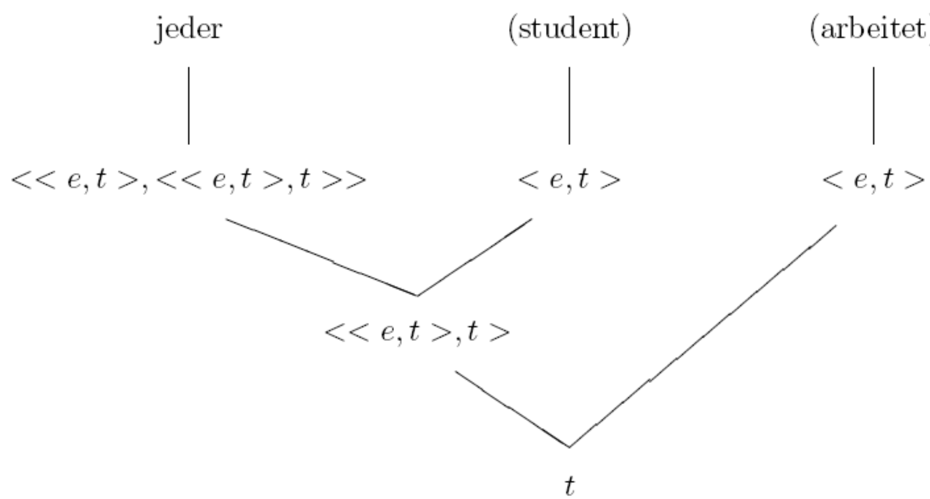


Repräsentation – jeder

$$\lambda F \lambda G \underbrace{\forall x(F(x) \rightarrow G(x))}_{t}$$

$x \in Var_e$

$< e,t >$



Repräsentation – (mindestens) ein

$$\lambda F \lambda G \underbrace{\exists x(F(x) \wedge G(x))}_{t}$$

$x \in Var_e$

$$< e,t >$$

λ – Konversion

Der eigentliche Vorzug der *λ* – Abstraktion und ihr großer Nutzen für die Semantikkonstruktion ergibt sich aus der Möglichkeit der *λ* – Konversion. Funktor-Argument-Ausdrücke können zu äquivalenten einfacheren Ausdrücken umgeformt werden, ehe sie ausgewertet bzw. interpretiert werden.
Der *λ* – Kalkül sieht mehrere bedeutungserhaltende Konversionsregeln vor. Wir betrachten hier nur die für die Semantikkonstruktion entscheidende Regel der β – Konversion.

α – Konversion

Umbenennung von gebundenen Variablen

$$\lambda y \ p(y) \Leftrightarrow \lambda z \ p(z)$$

β – Konversion

$v \in Var_\sigma$ $\qquad$ $B \in Tm_\sigma$

$$\boxed{\lambda v A(B) \Leftrightarrow A[B/v]}$$

Nimm den Term B und setze ihn an alle in A durch v markierten Positionen ein, ausser in Teiltermen von A, in denen v durch ein λ gebunden ist.

Beispiel

$$\lambda x(\text{arbeitet}(x) \wedge \text{sieht}(\text{Maria})(x))(\text{Peter})$$

$$\text{arbeitet}(\text{Peter}) \wedge \text{sieht}(\text{Maria})(\text{Peter})$$

Beispiel

Jeder Student arbeitet.

$$\lambda F \lambda G \forall x (F(x) \rightarrow G(x))$$

$$\lambda F \lambda G \forall x (F(x) \rightarrow G(x))(\text{student})(\text{arbeitet})$$

$$\lambda G \forall x (\text{student}(x) \rightarrow G(x))(\text{arbeitet})$$

$$\forall x (\text{student}(x) \rightarrow \text{arbeitet}(x))$$

Beispiel

Jeder Student hat ein Problem.

$$\lambda P \lambda Q \forall x (P(x) \to Q(x))(\text{student})(\lambda z \lambda R \lambda S \exists y (R(y) \wedge S(y))(\text{problem})(\lambda u \ \text{hat}(u)(z)))$$

$$\lambda P \to \text{student}$$

$$\lambda Q \to (\lambda z \lambda R \lambda S \exists y (R(y) \wedge S(y))(\text{problem})(\lambda u \ \text{hat}(u)(z)))$$

$$\Rightarrow$$

$$\forall x (\text{student}(x) \to \lambda z \lambda R \lambda S \exists y (R(y) \wedge S(y))(\text{problem})(\lambda u \ \text{hat}(u)(z))(x))$$

Beispiel

$$\forall x(\text{student}(x) \rightarrow \lambda z \lambda R \lambda S \exists y(R(y) \wedge S(y))(\text{problem})(\lambda u\ \text{hat}(u)(z))(x))$$

$$\lambda z \rightarrow x$$

$$\forall x(\text{student}(x) \rightarrow \lambda R \lambda S \exists y(R(y) \wedge S(y))(\text{problem})(\lambda u\ \text{hat}(u)(x)))$$

$$\lambda R \rightarrow \text{problem}$$

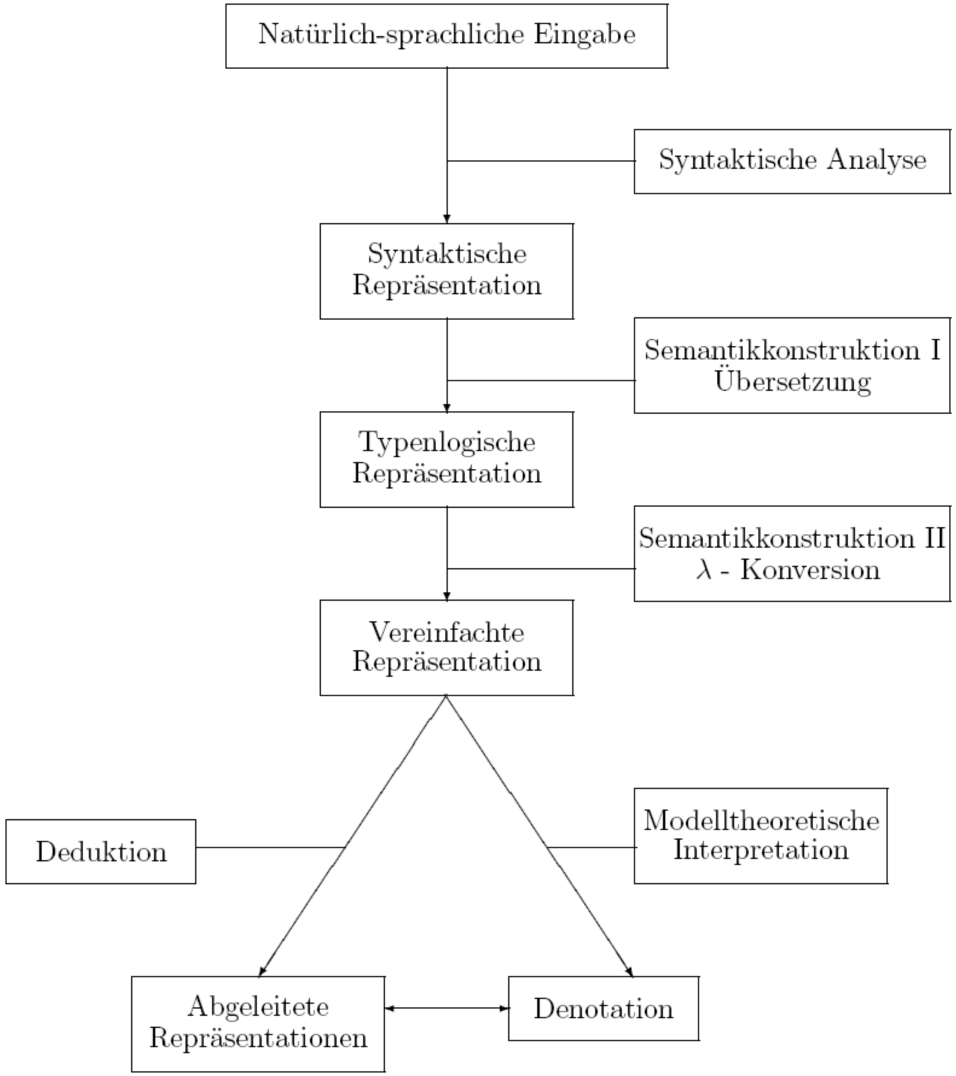
$$\lambda S \rightarrow \lambda u\ \text{hat}(u)(x)$$

$$\forall x(\text{student}(x) \rightarrow \exists y(\text{problem}(y) \wedge \lambda u\ \text{hat}(u)(x)(y)))$$

$\lambda u \rightarrow y$ $\qquad\Rightarrow\qquad$ $\forall x(\text{student}(x) \rightarrow \exists y(\text{problem}(y) \wedge \text{hat}(y)(x)))$

5.5.6 Wertung

Semantische Verarbeitung nach Montague



Wertung

- für die Aufgabe der Semantikkonstruktion ist der Einsatz des λ – Kalküls als unbedingt positiv zu werten
- was die Typenlogik als Repräsentationsformalismus angeht, ist das Urteil zwiespältig. Hier muss die semantische Auswertung mit Ausdrücken höherer Stufe arbeiten, und bekanntlich ist schon die Prädikatenlogik zweiter Stufe nicht einmal mehr semi-entscheidbar
- Montague-Semantik ist fast ausschließlich Satzsemantik

5.6 Diskursrepräsentationstheorie (DRT)

DRT

- Die Grundgedanken der Diskursrepräsentationstheorie (DRT) sind etwa gleichzeitig, um 1980, vom Logiker und Sprachphilosophen Hans Kamp und von der Linguistin Irene Heim entwickelt worden.
- Für die Aufgabe der Resolution, die Identifizierung von Referenzobjekten und die Auflösung von Mehrdeutigkeiten, muss die Interaktion zwischen sprachlicher Bedeutung und Kontextinformation berücksichtigt werden.
- Sätze müssen in ihrer Abhängigkeit vom Kontext analysiert werden, und die Funktion von Sätzen beim Fortschreiben und der Erweiterung von Kontextinformation muss modellierbar sein.
- Die Grundidee ist folgende:
  - Die Semantik von Sätzen kann nicht in Form isolierter Wahrheitsbedingungen satzweise erfasst werden, sondern die Bedeutung von Sätzen besteht in erster Linie in ihrem Kontextveränderungspotential.

Diskursrepräsentationsstruktur (DRS)

$$K = \{U_K, C_K\}$$

Diskursuniversum
(Menge von Diskursreferenten)

Menge von Relationen über U_K

Beispiel

Ein Student besitzt ein Buch.

$$U_K = \{x, y\}$$

$$C_K = \{\text{student}(x), \text{buch}(y), \text{besitzt}(x, y)\}$$

x y
student(x) buch(y) besitzt(x,y)

Analyse eines Textes

$$\Sigma = \left(S_1, S_2, \ldots S_n\right)$$

Text

Sätze

Ziel: DRS K_n

$$K_{i-1} \Rightarrow K_i \quad (i = 1, \ldots, n)$$

Satz S_i

Anwendung sogenannter DRS Konstruktionsregeln

K_0 vorgegebene Ausgangs DRS, die den Ausgangskontext für den Text repräsentiert.

Analyse eines Textes

$$
\begin{array}{ccccccc}
\Sigma & = & (S_1 & , & S_2 & ,\ldots, & S_n) \\
\text{syntaktische Analyse} & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
 & & P(S_1) & & P(S_2) & \cdots & P(S_n) \\
\text{DRS-Konstruktion} & & \Downarrow & & \Downarrow & & \Downarrow \\
K_0 & \Longrightarrow & K_1 & \Longrightarrow & K_2 & \Longrightarrow \cdots \Longrightarrow & K_n
\end{array}
$$

Beispiel

Ein Student besitzt ein Buch.

Er liest es.

$$\Sigma = \left(S_1, S_2\right) \qquad K_0 = \varnothing$$

DRS – Konstruktionsregel 1

- *A ist aktueller Satz, in A kommt die NP* **ein(e)** ***F*** *vor.*
  - *führe einen neuen DR x ein, der in U_K noch nicht vorkommt*
  - *führe F*(*x*) *als neue Relation in C_K ein*
  - *ersetze die NP in A durch x und notiere das Resultat A‘ in C_K*

DRS – Konstruktionsregel 2

- *A ist aktueller Satz, in A kommt ein* ***Personalpronomen*** *vor*
  - *führe einen neuen DR x ein, der in U_K noch nicht vorkommt*
  - *wähle einen alten DR y aus U_K und füge die Relation x = y in C_K hinzu*
  - *ersetze das Pronomen in A durch x und notiere das Resultat A‘ in C_K*

Beispiel

Ein Student besitzt ein Buch.

Regel 1

$K_0 = \emptyset$

K_1

x y
student(x)
buch(y)
x besitzt y

Beispiel

Er liest es.

K_1

Regel 2

K_2

K_1	K_2
x y	x y z u
student(x)	student(x)
buch(y)	buch(y)
x besitzt y	x besitzt y
	z=x
	u=y
	z liest u

DRS – Konstruktionsregel 3

- *A ist aktueller Satz der Form:*
  Wenn B, dann C.
  - *führe*

$$K_1 \to K_2$$

als neue Relation in C_K ein, wobei

$$K_1 = \left(U_{K_1}, C_{K_1}\right) \qquad K_2 = \left(U_{K_2}, C_{K_2}\right)$$

Teil – DRS für B bzw. C mit zunächst

$$U_{K_1} = \emptyset,\ U_{K_2} = \emptyset$$

Beispiel

Wenn ein Professor ein Buch kauft, liest er es.

$$K_0 = \emptyset$$

Regel 3

K

$$U_K = \emptyset$$

$\boxed{\textit{ein Professor kauft ein Buch}} \rightarrow \boxed{\text{er liest es}}$

Beispiel

$$U_K = \varnothing$$

ein Professor kauft ein Buch $\rightarrow$ er liest es

x y professor(x) buch(y) x kauft y	$\rightarrow$	z v z=x v=y z liest v

Beispiel

Hans ist ein Professor.
Wenn er ein Buch kauft, gibt er es einem Studenten.

Regel 1

Regel 3

x
Hans
professor(x)
x=Hans

⇒

x
Hans
professor(x)
x=Hans
er kauft ein Buch → er gibt es einem Studenten

Beispiel

Hans ist ein Professor.
Wenn er ein Buch kauft, gibt er es einem Studenten.

x Hans professor(x) x=Hans | er kauft ein Buch | → | er gibt es einem Studenten |

Regel 1 und 2

x Hans professor(x) x=Hans | y z y=x buch(z) kauft(y,z) | → | v w u v=y w=z student(u) gibt(v,w,u) |

DRS – Konstruktionsregel 4

- *A ist aktueller Satz; in A kommt die NP jede(r) F vor*
  - *führe*

    $K_1 \rightarrow K_2$

    als neue Relation in C_K ein
  - *führe in U_{K_1} einen neuen DR x ein*
  - *trage F(x) als Relation in C_{K_1} ein*
  - *ersetze die NP in A durch x und notiere die Resultate in C_{K_1} und C_{K_2}*

Beispiel

Jeder Student, der ein Buch kauft, liest es.

jeder student der ein Buch kauft $\rightarrow$ liest es

Beispiel

Jeder Student, der ein Buch kauft, liest es.

x

student(x)

x kauft ein Buch

$\rightarrow$

x liest es

Beispiel

Jeder Student, der ein Buch kauft, liest es.

x y

student(x)

buch(y)

kauft(x,y)

→

x liest es

Beispiel

Jeder Student, der ein Buch kauft, liest es.

x y student(x) buch(y) kauft(x,y)	$\rightarrow$	z v z = x v = y liest(z,v)

Einbettung

Eine **Einbettung** *für die DRS* $K = (U_K, C_K)$ *in eine* **(prädikatenlogische) Modellstruktur** $M = (A_M, I_M)$ *ist eine Abbildung*

$$f : U_K \to A_M,$$

so daß:

- *Alle* $R \in C_K$ *gehören zum Definitionsbereich von* I_M
- *Wenn* $R(u_1, \ldots, u_n) \in C_K$, *dann gilt:* $(f(u_1), \ldots, f(u_n)) \in I_M(R)$
- *Wenn* $(u = v) \in C_K$, *so gilt:* $f(u) = f(v)$