

Übung 1 – Punktoperationen

Aufgabe 1

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie das Histogramm.

$$H(w) = |\{(i, j) : g_E(i, j) = w\}| : W \rightarrow N$$

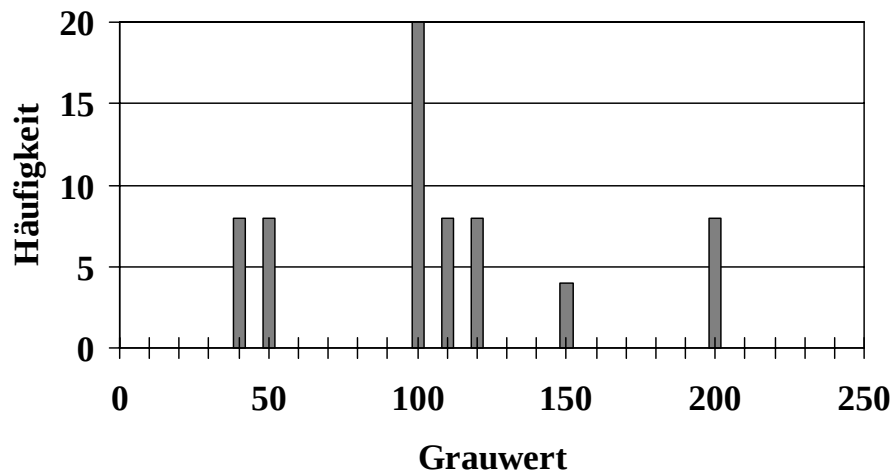
$H(w)$ - Anzahl der Grauwerte $g_E(i, j)$ mit $g_E(i, j) = w$

$$W = [0, 250]$$

Aufgabe 1

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

Histogramm



Grauwert	Häufigkeit
40	8
50	8
100	20
110	8
120	8
150	4
200	8
sonst	0

Aufgabe 2

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

$$G_E \longrightarrow G_A$$

lineare Dehnung der Grauwerte

$$A_1 = 25 \leq g_A(i, j) \leq A_2 = 250$$

Berechne: G_A

Vergleiche die Histogramme: G_E G_A

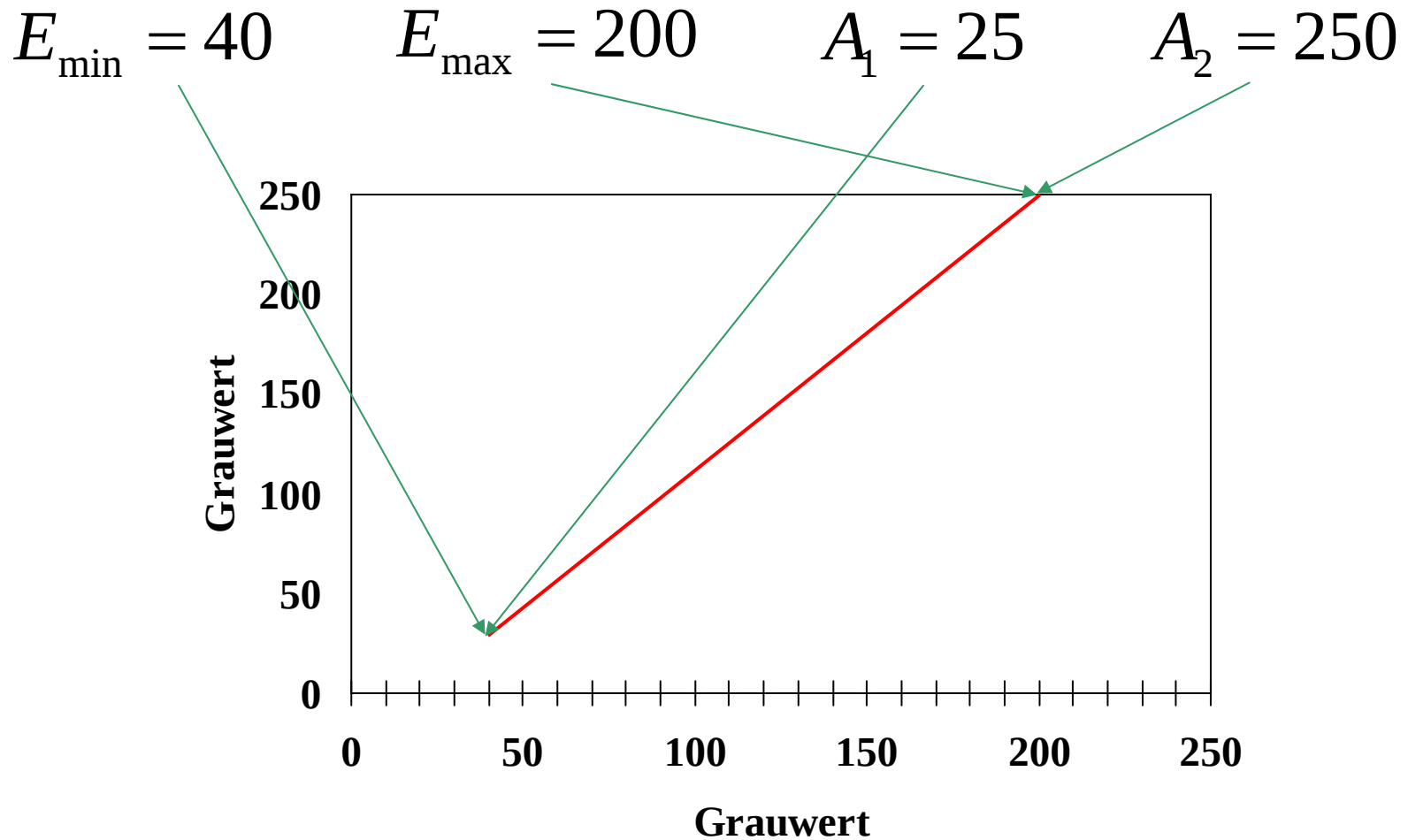
Aufgabe 2

$$g_A(i, j) = \frac{A_2 - A_1}{E_{\max} - E_{\min}} (g_E(i, j) - E_{\min}) + A_1$$

$$E_{\min} = 40 \quad E_{\max} = 200 \quad A_1 = 25 \quad A_2 = 250$$

$$\begin{aligned} g_A(i, j) &= \frac{225}{160} (g_E(i, j) - 40) + 25 \\ &= 1.41 \cdot (g_E(i, j) - 40) + 25 \\ &= 1.41 \cdot g_E(i, j) - 31.4 \end{aligned}$$

Aufgabe 2



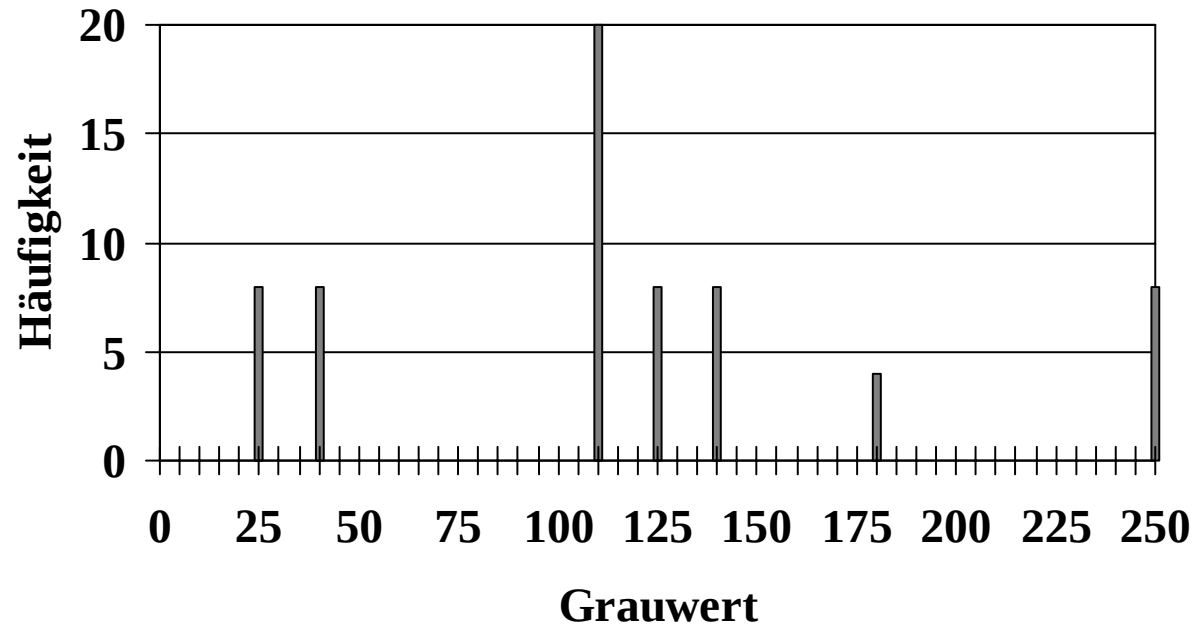
Aufgabe 2

$$g_A(i, j) = 1.41 \cdot g_E(i, j) - 31.4$$

Grauwert G_E	Grauwert G_A
40	25
50	39
100	110
110	124
120	138
150	180
200	250

Aufgabe 2

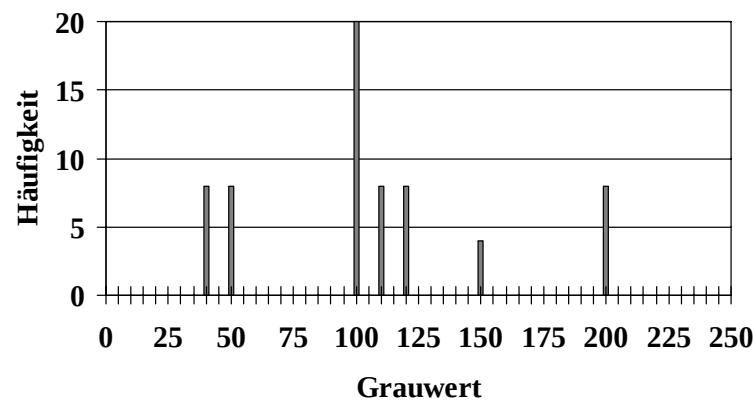
Histogramm



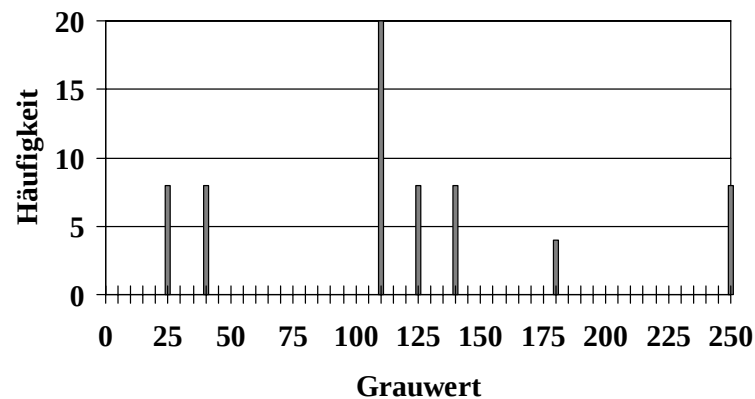
Aufgabe 2

Grauwert G_E	Grauwert G_A
40	25
50	39
100	110
110	124
120	138
150	180
200	250

Histogramm Eingabebild



Histogramm Ausgabebild



Aufgabe 3

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

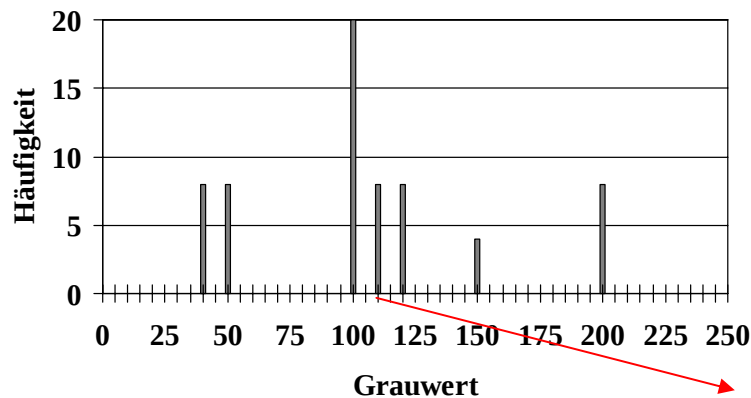
$$G_E \xrightarrow{\text{red arrow}} G_A$$

$$100 \dots 120 \xrightarrow{\text{linear}} 0 \dots 250$$

$$40 \dots 100 \longrightarrow 0$$

$$120 \dots 200 \longrightarrow 0$$

Histogramm Eingabebild



wichtiger Bereich

Abbildungsfunktion ?

Berechne: G_A

Aufgabe 3

Ansatz:

$$g_A(i, j) = a \cdot g_E(i, j) + b$$

zu berechnen

$$a = \frac{250}{20} = 12.5$$

100	0
110	125
120	250

$$g_A(i, j) = 12.5 \cdot g_E(i, j) + b$$

$$0 = 12.5 \cdot 100 + b$$

$$b = -1250$$

$$g_A(i, j) = 12.5 \cdot g_E(i, j) - 1250 = 12.5 \cdot (g_E(i, j) - 100)$$

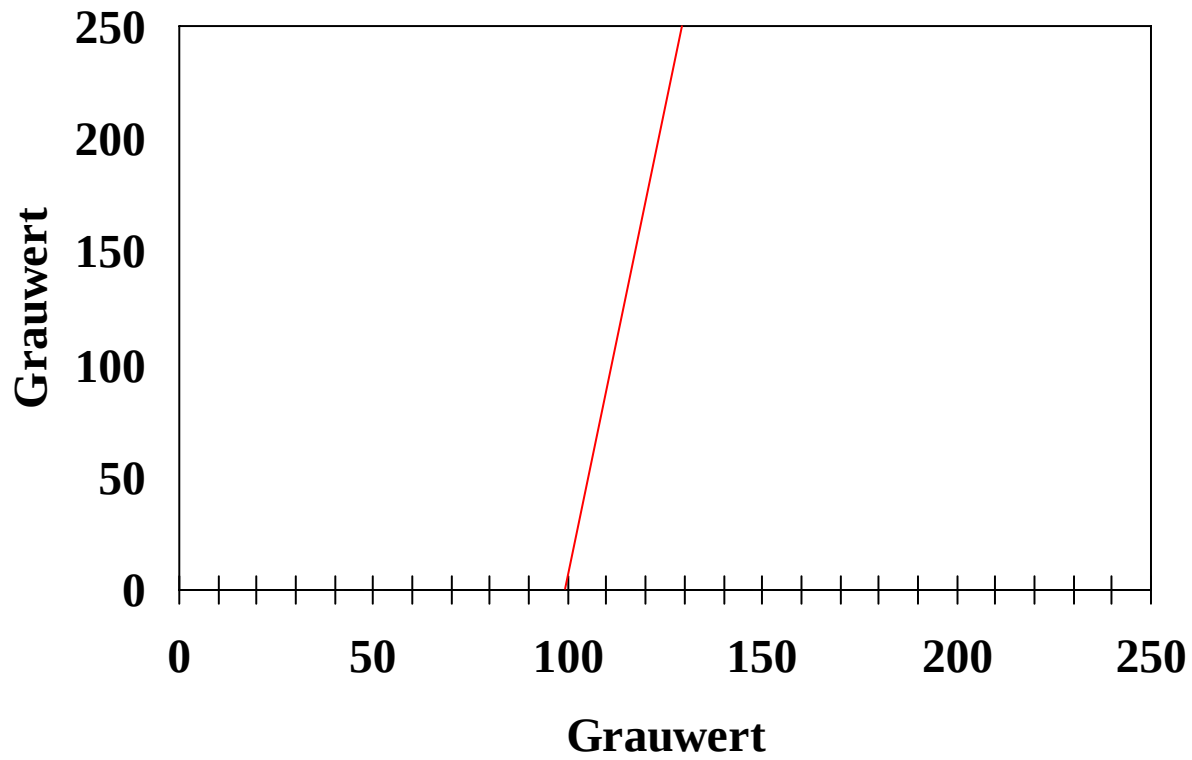
Aufgabe 3

$$g_A(i, j) = \frac{A_2 - A_1}{E_{\max} - E_{\min}} (g_E(i, j) - E_{\min}) + A_1$$

$$E_{\min} = 100 \quad E_{\max} = 120 \quad A_1 = 0 \quad A_2 = 250$$

$$\begin{aligned} g_A(i, j) &= \frac{250}{20} (g_E(i, j) - 100) + 0 \\ &= 12.5 \cdot (g_E(i, j) - 100) \\ &= 12.5 \cdot g_E(i, j) - 1250 \end{aligned}$$

Aufgabe 3



Aufgabe 4

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

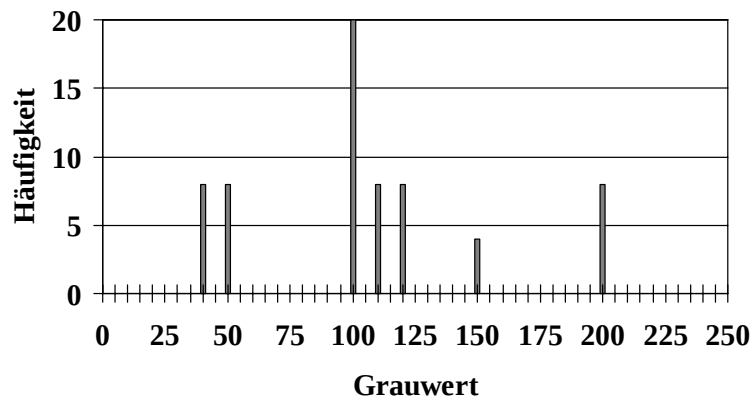
$$G_E \xrightarrow{\text{red arrow}} G_A$$

$$100 \dots 120 \xrightarrow{\text{linear}} 50 \dots 200$$

$$0 \dots 100 \xrightarrow{\text{linear}} 0 \dots 50$$

$$120 \dots 200 \xrightarrow{\text{linear}} 200 \dots 250$$

Histogramm Eingabebild



Abbildungsfunktionen ?

Berechne: G_A

Aufgabe 4

$$0 \leq g_E(i, j) \leq 100$$

$$g_A(i, j) = \frac{1}{2} \cdot g_E(i, j)$$

40	20
50	25

Aufgabe 4

$$100 \leq g_E(i, j) \leq 120$$

$$g_A(i, j) = a \cdot g_E(i, j) + b$$

$$a = \frac{150}{20} = 7.5$$

$$g_A(i, j) = 7.5 \cdot g_E(i, j) + b$$

$$50 = 7.5 \cdot 100 + b$$

$$b = -700$$

100	50
110	125
120	200

$$g_A(i, j) = 7.5 \cdot g_E(i, j) - 700$$

Aufgabe 4

$$120 \leq g_E(i, j) \leq 200$$

$$g_A(i, j) = a \cdot g_E(i, j) + b$$

$$a = \frac{50}{80} = \frac{5}{8} = 0.625$$

$$g_A(i, j) = \frac{5}{8} \cdot g_E(i, j) + b$$

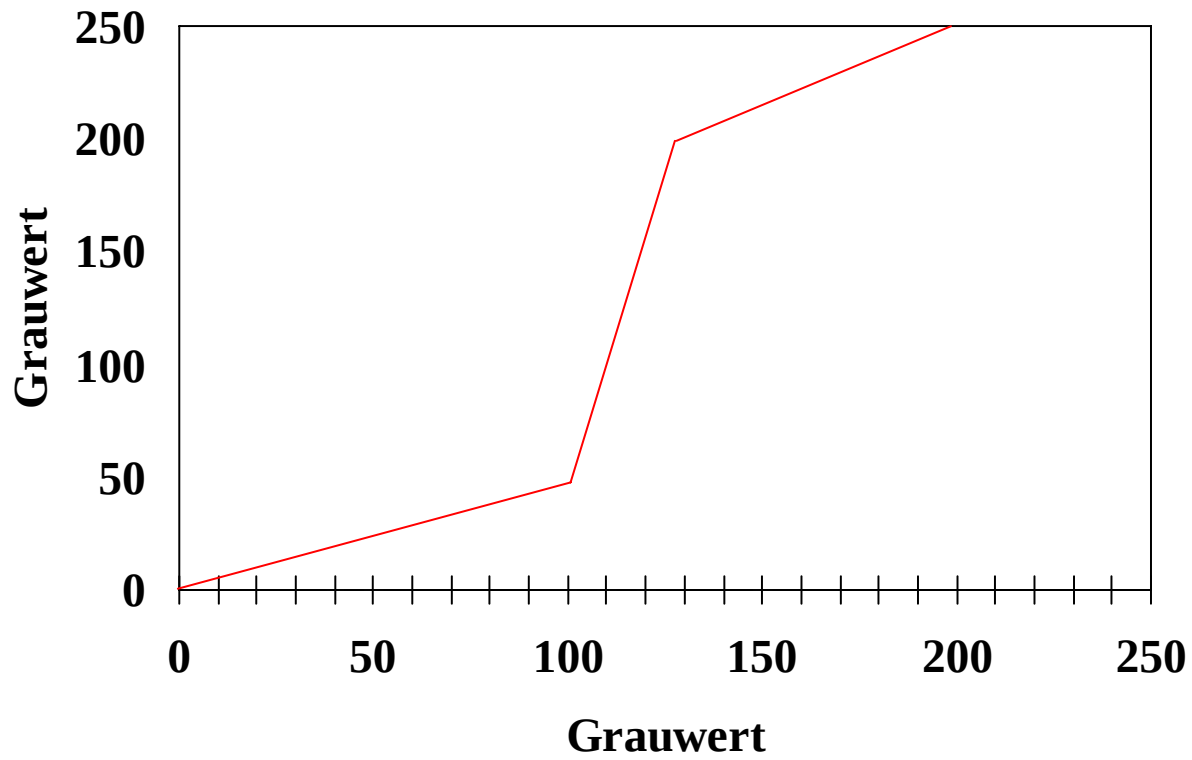
$$250 = \frac{5}{8} \cdot 200 + b$$

$$b = 125$$

150	219
200	250

$$g_A(i, j) = \frac{5}{8} \cdot g_E(i, j) + 125$$

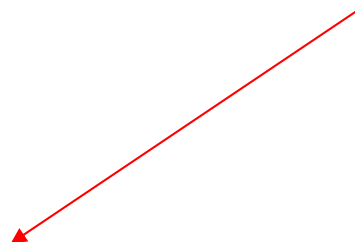
Aufgabe 4



Aufgabe 5

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie das kumulative Histogramm.



$$W = [0, 250]$$

$$\overline{H}(w) = \sum_{w' \in W: w' \leq w} H(w') : W \rightarrow N$$

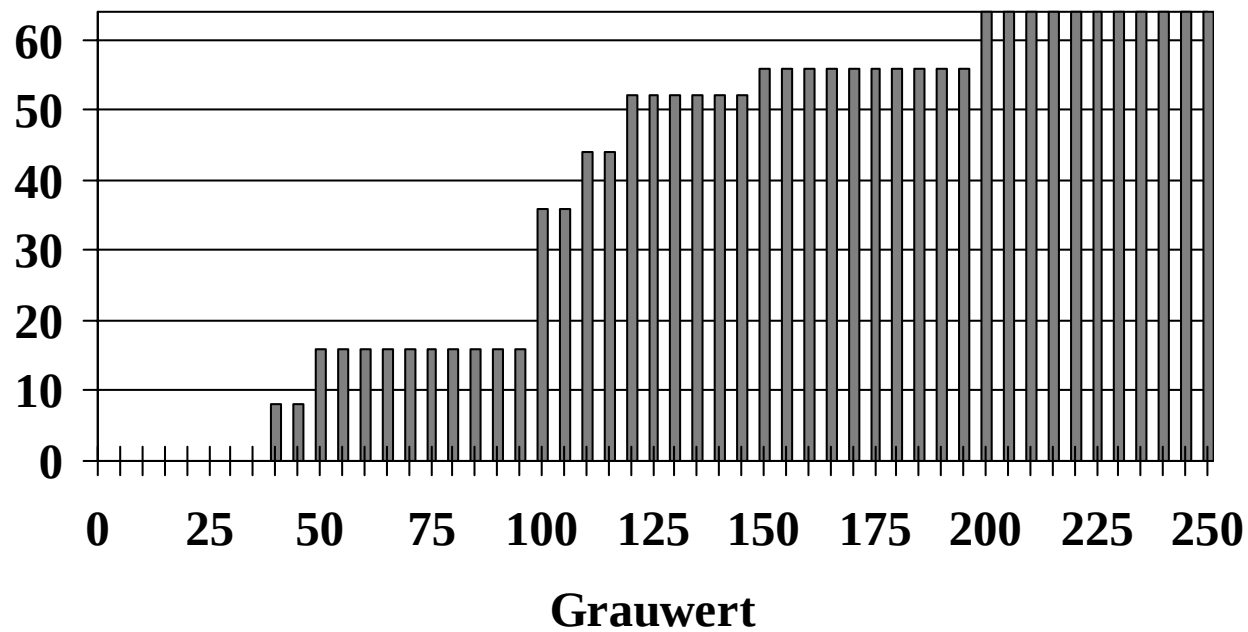
$H(w)$ - Anzahl der Grauwerte $g_E(i, j)$ mit $g_E(i, j) = w$

Aufgabe 5

Grauwert	Häufigkeit Histogramm	Kumulatives Histogramm
0	0	0
40	8	8
50	8	16
100	20	36
110	8	44
120	8	52
150	4	56
200	8	64
250	0	64

Aufgabe 5

kumulatives Histogramm



Aufgabe 6

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

Wenden Sie die Histogrammebnung an.

Vergleiche die Histogramme: G_E G_A

$$g_A(i, j) = \frac{G_{\max}}{I \cdot J - H(G_{\min})} \cdot [\bar{H}(g_E(i, j)) - \bar{H}(G_{\min})]$$

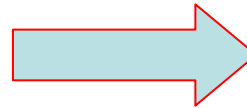
Aufgabe 6

$$g_A(i, j) = \frac{G_{\max}}{I \cdot J - \overline{H}(G_{\min})} \cdot [\overline{H}(g_E(i, j)) - \overline{H}(G_{\min})]$$

$$g_A(i, j) = \frac{250}{64 - 8} [\overline{H}(g_E(i, j)) - 8]$$

Aufgabe 6

Grauwert G_E	Kumulatives Histogramm
40	8
50	16
100	36
110	44
120	52
150	56
200	64

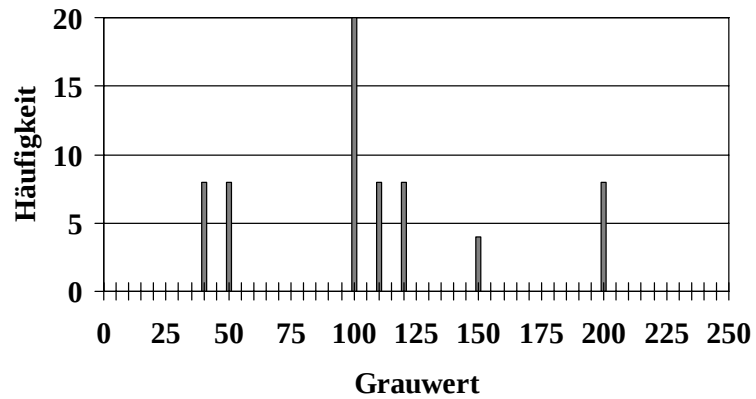


lineare
Transformation

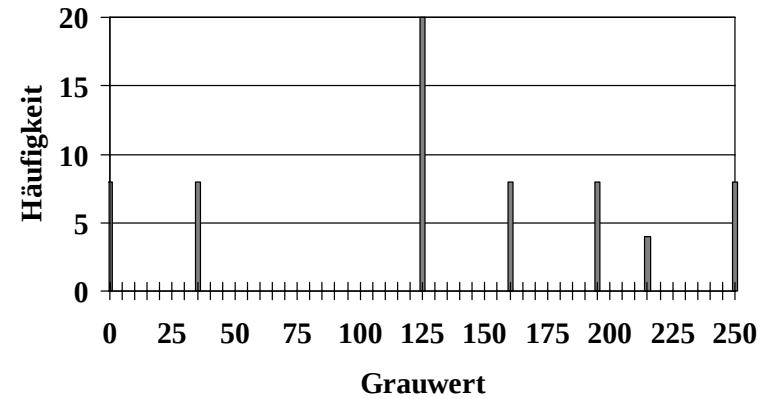
Grauwert G_A
0
36
125
161
196
214
250

Aufgabe 6

Histogramm Eingabebild



Histogramm Ausgabebild



Aufgabe 7

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

Untersuchen Sie die Wirkung verschiedener Schwellwerte T (bzw. T_1, T_2).

$$g_A(i, j) = \begin{cases} 1 & g_E(i, j) \geq T \\ 0 & g_E(i, j) < T \end{cases}$$

$$g_A(i, j) = \begin{cases} 0 & g_E(i, j) < T_1 \vee g_E(i, j) > T_2 \\ 1 & T_1 \leq g_E(i, j) \leq T_2 \end{cases}$$

Aufgabe 7

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

$$T = 60$$

$$g_A(i, j) = \begin{cases} 1 & g_E(i, j) \geq T \\ 0 & g_E(i, j) < T \end{cases}$$

$$G_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 7

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

$$T = 130$$

$$g_A(i, j) = \begin{cases} 1 & g_E(i, j) \geq T \\ 0 & g_E(i, j) < T \end{cases}$$

$$G_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Die unterschiedlichen Ergebnisse verdeutlichen die Vorsicht, die bei der Anwendung von Grauwertschwellen geboten ist.

Aufgabe 7

$$G_E = \begin{pmatrix} 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 110 & 110 & 110 & 110 & 100 & 40 \\ 40 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 100 & 40 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 150 & 100 & 120 & 120 & 120 & 120 & 100 & 150 \\ 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 & 200 \end{pmatrix}$$

$$G_A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$T_1 = 110, T_2 = 120$$

$$g_A(i, j) = \begin{cases} 0 & g_E(i, j) < T_1 \vee g_E(i, j) > T_2 \\ 1 & T_1 \leq g_E(i, j) \leq T_2 \end{cases}$$