

Höhere Mathematik I.2

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

1. (8 Punkte)

- Erläutern Sie die Bedeutung der Taylorpolynome nullten bis dritten Grades anhand der Ortsveränderung eines bewegten Objektes in Abhängigkeit von der Zeit!
- Berechnen Sie $e^{-0,1}$ näherungsweise durch das quadratische Taylorpolynom von e^x an der Stelle $x_0 = 0$ und schätzen Sie den Fehler mithilfe des Lagrangeschen Restgliedes ab!

2. (7 Punkte)

Ein Körper entstehe durch Rotation der von der x -Achse und den Kurven $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$ und $y = \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}}$ begrenzten Fläche um die x -Achse.

- Geben Sie den Querschnitt des Körpers, d.h. den Flächeninhalt der Schnittfläche des Körpers mit der zur y - z -Ebene parallelen Ebene, in Abhängigkeit von x an!
- Bestimmen Sie das Volumen des Körpers durch Integration!

3. (4 Punkte)

Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \cos t \\ t \sin t \\ 2\pi - t \end{pmatrix}$ im Punkt $(-\pi, 0, \pi)$!

4. (6 Punkte)

Lösen Sie das Differenzialgleichungssystem $\begin{aligned} \dot{x} &= -4x - 9y \\ \dot{y} &= 3x + 8y \end{aligned}$!

5. (7 Punkte)

Lösen Sie die lineare Optimierungsaufgabe $\begin{aligned} x_1 - x_2 - 2x_3 &\rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &\leq 1 \\ 8x_1 + x_2 + 4x_3 &\leq 16 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$

mit dem Simplexverfahren!

6. (8 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x, y) = x + y + \frac{8}{xy}$ auf Extremwerte!