

## Übungen zu Numerische Methoden für Ingenieure

<http://www.tu-chemnitz.de/~rahi>

### Übungsblatt 4

**Aufgabe 1:** Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- Finden Sie die exakte Lösung  $\mathbf{x}^*$  des linearen Gleichungssystems.
- Berechnen Sie ausgehend von  $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 0, 0)^T$  die ersten drei Iterationsschritte des Gesamtschrittverfahrens und berechnen Sie jeweils den Fehler zur exakten Lösung.
- Formulieren Sie das dem linearen Gleichungssystem zugehörige Minimierungsproblem und berechnen Sie ausgehend von  $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 0, 0)^T$  die ersten drei Iterationsschritte des konjugierte Gradientenverfahrens.

**Aufgabe 2:** Gegeben seien die folgenden Stützstellen  $x_j, j = 1, \dots, 8$ , sowie Stützwerte  $x_j$

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	0	10	12	35	60	82	124	161

- Stellen Sie das überbestimmte lineare Gleichungssystem zur Berechnung einer Ausgleichsgeraden (lineare Regression) auf.
- Berechnen Sie den Anstieg sowie den Schnittpunkt mit der y-Achse der Ausgleichsgeraden indem Sie das kleinste Quadrate Problem

$$\sum_{j=1}^8 (y_j - mx_j - n)^2 \rightarrow \min$$

lösen.

- Skizzieren Sie die Ausgangsdaten zusammen mit der Ausgleichsgeraden und berechnen Sie die Summe der Abstände der Datenpunkte zur Ausgleichsgeraden (mit Vorzeichen).

- d) Verfahren Sie wie in b) und bestimmen Sie über die Methode der kleinsten Quadrate die Ausgleichsparabel  $f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2$  zu den gegebenen Daten.
- e) Skizzieren Sie die Ausgleichsparabel und berechnen Sie die Summe der Abstände der Datenpunkte zur Ausgleichsgeraden (mit Vorzeichen). Können Sie ihre Beobachtung erklären?