

Thema für eine Bachelorarbeit bzw. ein Programmierpraktikum:

# Einfärbungsprobleme auf der Rotationsgruppe

## Problembeschreibung:

Mit Hilfe von EBSD (electron back scatter diffraction) Messungen ist es möglich die Ausrichtung von Kristallen an der Oberfläche eines Werkstückes zu bestimmen. Im Verlaufe des Messverfahrens erhalten für jeden Punkt  $(x, y)$  der Oberfläche eine Rotation  $R(x, y) \in SO(3)$  welche die Ausrichtung des Kristalls beschreibt. Abbildung 1 zeigt eine Karte von Messwerten wobei jeder Rotation  $R(x, y) \in SO(3)$  ein Farbwert  $C(x, y) \in [0, 1]^3$  im RGB Farbraum zugeordnet wurde.

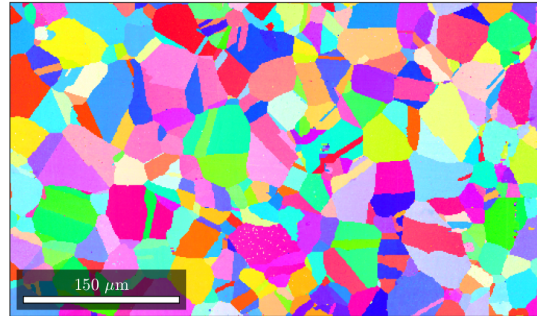


Abbildung 1: EBSD Daten

Um die Abbildung 1 sinnvoll interpretieren zu können sollte die Zuordnung

$\Psi: R(x, y) \mapsto C(x, y)$  den folgenden Bedingungen genügen:

- verschiedenen Rotationen werden verschiedene Farben mit möglichst großem Kontrast zugeordnet,
- ähnliche Rotationen werden ähnlichen Farben zugeordnet.

Mathematisch gesehen suchen wir folglich eine Abbildung  $\Psi$  von der Gruppe aller Rotationen in eine Teilmenge des Farbraumes, welche bijektiv, stetig und stetig invertierbar ist.

## Aufgabenstellung:

Es ist bekannt, dass eine solche Abbildung nicht existiert. In der Bachelorarbeit soll untersucht werden:

1. Gibt es eine solche Abbildung falls Kristallsymmetrien berücksichtigt werden, d.h. falls statt der Gruppe  $SO(3)$  die Äquivalenzklassen  $SO(3)/S$  betrachtet wird, wobei  $S \subset SO(3)$  eine diskrete Symmetriegruppe ist?
2. Gibt es Abbildungen, welche die obigen Bedingungen in möglichst wenigen Punkten verletzen?

## Beispiele:

