

Übungen zur Vorlesung Wavelets

<http://www.tu-chemnitz.de/~potts/lehre.php>

Übungsblatt 8

Aufgabe 1:

Zeigen Sie für die Haar Filterkoeffizienten $h(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $h(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, die in Satz 25 angegebenen Beziehungen. Geben Sie eine Funktion φ an, welche die Zweiskalenrelation

$$\varphi(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} h(n) \sqrt{2} \varphi(2x - n)$$

erfüllt.

Aufgabe 2:

Zeigen Sie für die Daubechies-4 Filterkoeffizienten

$$h(0) = \frac{1 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad h(1) = \frac{3 + \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad h(2) = \frac{3 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}}, \quad h(3) = \frac{1 - \sqrt{3}}{4\sqrt{2}},$$

die in Satz 25 angegebenen Beziehungen.

Aufgabe 3:

Zeigen Sie für die den Daubechies-4 Filterkoeffizienten zugeordnete Wavelet-

Matrix $W_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $W_N = \begin{pmatrix} H_N \\ G_N \end{pmatrix}$,

$$H_N = \begin{pmatrix} h(0) & h(1) & h(2) & h(3) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & h(0) & h(1) & h(2) & h(3) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & & & & \vdots \\ h(2) & h(3) & 0 & \dots & \dots & 0 & h(0) & h(1) \end{pmatrix},$$

$$G_N = \begin{pmatrix} g(0) & g(1) & g(2) & g(3) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & g(0) & g(1) & g(2) & g(3) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & & & & \vdots \\ g(2) & g(3) & 0 & \dots & \dots & 0 & g(0) & g(1) \end{pmatrix}.$$

Orthogonalität. Welche implizite Annahme über das Signal wird hier gemacht?

Aufgabe 4:

Eine Multiresolutionsanalyse besitze die Skalierungsfunktion $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit Skalierungsfiler $(h(k))_{k \in \mathbb{Z}}$ und Träger $\text{supp}h = \{0, 1, \dots, 2N - 1\}$, $N \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass

$$|\text{supp}\varphi| = 2N - 1.$$