TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
DANIEL POTTS

SOSE2012

Übungen zur Vorlesung Wavelets

http://www.tu-chemnitz.de/~potts/lehre.php

Übungsblatt 7

Aufgabe 1:
Sei $\hat{\varphi}$ eine C^k-Glockenfunktion über $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ und

$$\begin{aligned} V_0 &:= \overline{\operatorname{span}\{T_n \varphi\}}\,, \\ V_j &:= \{f \in L^2(\mathbb{R}) : D_{2^{-j}} f \in V_0\}\,, \quad j \in \mathbb{Z}\,. \end{aligned}$$

Somit ist bereits Definition 6(d) erfüllt. Weiterhin haben wir in der Vorlesung bereits gezeigt, dass $\{T_n\varphi\}$ ein orthonormales System von Translaten ist, d.h., Definition 6(e) ist erfüllt. Zeigen Sie, dass $\{V_j\}_{j\in\mathbb{Z}}$ eine Multiresolutions Analysis ist, d.h.,

(a) $V_j \subset V_{j+1}, j \in \mathbb{Z}$,
Tipp: Zeigen Sie zunächst $V_0 \subset V_1$,

(b) $f \in C_C^0(\mathbb{R})$ kann für jedes $\varepsilon > 0$ mit einem geeignetem $g \in V_j, j \in \mathbb{Z}$, approximiert werden, d.h., $\|f - g\|_2 < \varepsilon$,
Tipp: Nutzen Sie aus, dass f durch eine Funktion $g \in L^2(\mathbb{R}), \hat{g} \in C_C^0$, mit $\|f - g\|_2 < \varepsilon$ approximiert werden kann,

(c) $\cap_{j\in\mathbb{Z}} V_j = \{0\}$.