

## Übungen zur Vorlesung Analysis der partiellen Differentialgleichungen

<http://www.tu-chemnitz.de/~potts/lehre.php>

### Übungsblatt 7

1. Welche der folgenden Funktionen liegen im Schwartz-Raum  $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ ?

$$e^{-x^2}, \quad e^{-|x|^5}, \quad \sin(x^2), \quad x^n, \quad \frac{1}{1+x^2}$$

2. Man zeige, dass die Fourier-Transformation  $\hat{\chi}_{[0,1]^n}$  der charakteristischen Funktion des Einheitswürfels nicht in  $L_1(\mathbb{R}^n)$  liegt.
3. a) Man zeige, dass durch den Cauchyschen Hauptwert von  $\frac{1}{x}$  mit

$$\left[CH \frac{1}{x}\right](\varphi) := \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{|x| > \varepsilon} \frac{\varphi(x)}{x} dx$$

eine Distribution einer nicht lokal integrierbaren Funktion definiert ist.

- b) Welcher Distribution entspricht das Produkt  $x \cdot \left[CH \frac{1}{x}\right]$ ?
- c) Man zeige

$$DT_{\ln|x|} = \left[CH \frac{1}{x}\right].$$