TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
DANIEL POTTS

SOSE2011

Übungen zur Vorlesung Analysis der partiellen Differentialgleichungen

http://www.tu-chemnitz.de/~potts/lehre.php

Übungsblatt 9

1. Man zeige für $s \in \mathbb{N}$ existieren Konstanten $c_1, c_2 > 0$, sodass für $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^n$ gilt

$$c_1(1 + \|\boldsymbol{\xi}\|_2^2)^s \le \sum_{|\boldsymbol{\alpha}| \le s} |\boldsymbol{\xi}^{\boldsymbol{\alpha}}|^2 \le c_2(1 + \|\boldsymbol{\xi}\|_2^2)^s.$$

2. Es sei $\Omega := (a, b) \subset \mathbb{R}$ mit $a < b \in \mathbb{R}$ gegeben. Man zeige jede Funktion $f \in H^1(\Omega)$ ist stetig.

3. Es sei $\Omega := \{\|\boldsymbol{x}\|_2 < r_0\} \subset \mathbb{R}^2$ mit $r_0 > 0$ und für $0 < k < \frac{1}{2}$ die Funktion

$$f(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} \left(\ln \frac{1}{\|\boldsymbol{x}\|_2}\right)^k & \boldsymbol{x} \in \Omega \setminus \{(0,0)\} \\ 0 & \boldsymbol{x} = (0,0) \end{cases}$$

gegeben.

   a) Ist f stetig auf Ω?

   b) Gilt $f \in H^1(\Omega)$?