

Übungen zur Vorlesung Analysis der partiellen Differentialgleichungen

<http://www.tu-chemnitz.de/~potts/lehre.php>

Übungsblatt 8

1. Für $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ sei das Produkt von f mit einer Distribution $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ durch

$$(f \cdot T)(\varphi) := T(f\varphi), \quad \varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$$

erklärt. Man zeige, dass das Produkt eine Distribution erzeugt und für reguläre Distributionen T auch dem punktweisen Produkt entspricht.

Welcher Distribution entspricht das Produkt $f \cdot \delta$?

2. Man bestimme für $a \in \mathbb{R}$ die allgemeine (distributionelle) Lösung der Differentialgleichung

$$Y' + aY = \delta.$$

3. Man leite formal die Fundamentallösung der Schrödinger-Gleichung

$$\begin{aligned} iu_t(\mathbf{x}, t) + \Delta u(\mathbf{x}, t) &= 0 & \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, t > 0, \\ u(\mathbf{x}, 0) &= g(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \end{aligned}$$

mit Hilfe der Fourier-Transformation her.