

Übungen zur Vorlesung Analysis der partiellen Differentialgleichungen

<http://www.tu-chemnitz.de/~potts/lehre.php>

Übungsblatt 7

1. Welche der folgenden Funktionen liegen im Schwartz-Raum $\mathcal{S}(\mathbb{R})$?

$$e^{-x^2}, \quad e^{-|x|^5}, \quad \sin(x^2), \quad x^n, \quad \frac{1}{1+x^2}$$

2. Man zeige, dass die Fourier-Transformation $\hat{\chi}_{[0,1]^n}$ der charakteristischen Funktion des Einheitswürfels nicht in $L_1(\mathbb{R}^n)$ liegt.
3. a) Man zeige, dass durch den Cauchyschen Hauptwert von $\frac{1}{x}$ mit

$$\left[CH \frac{1}{x}\right](\varphi) := \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{|x| > \varepsilon} \frac{\varphi(x)}{x} dx$$

eine Distribution einer nicht lokal integrierbaren Funktion definiert ist.

- b) Welcher Distribution entspricht das Produkt $x \cdot \left[CH \frac{1}{x}\right]$?
- c) Man zeige

$$DT_{\ln|x|} = \left[CH \frac{1}{x}\right].$$