

# Übungen zum Kurs Gewöhnliche Differentialgleichungen

## 4. Übung – Substitutionen, Potenzreihenansatz, sukzessive Approximation, Erniedrigung der Ordnung

---

1. Lösen Sie folgende Differentialgleichungen

(a)  $y' = (x - y)^2 + 1$   $y(1) = -1$ ,      (b)  $y' = (x - y + 3)^2$ ,  $y(1) = 1$ ,

(c)  $y' = \cos(y - x)$ ,      (d)  $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$ ,

(e)  $y' = \frac{x+y}{x-y}$ ,      (f)  $y' = \frac{y}{x} \ln \frac{y}{x}$ .

2. Lösen Sie die Differentialgleichung  $y' = \frac{y^2}{x^2} - 6$  unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen

(a)  $y(1) = -3$ ,      (b)  $y(1) = -2$ .

3. Gesucht sind die Lösungen der Differentialgleichung  $y = xy' - \sqrt{x^2 + y^2}$ . Veranschaulichen Sie diese in der  $x - y$ -Ebene.

4. Löse das Anfangswertproblem  $y' = x + y$ ,  $y(0) = 1$

(a) mit Produktansatz,

(b) mit Variation der Konstanten,

(c) mit Potenzreihenansatz,

(d) mit integrierendem Faktor,

(e) mit sukzessiver Approximation. Zeige, dass die Folge der Näherungslösungen gegen die unter (a) bzw. (b) ermittelte Lösung konvergiert.

5. Lösen Sie durch Erniedrigung der Ordnung

(a)  $y'' = 2y'^2$ ,      (b)  $xy'' + y' = 1$ ,      (c)  $xy'' + y' = x^2$ ,

(d)  $yy'' = y'^2$       (Z)  $xy^{(4)} + y''' = e^x$

6. Suchen Sie für die Differentialgleichung

$$(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

eine Lösung  $y_1$ , und erniedrigen Sie die Ordnung durch den Ansatz  $y = y_1 u$ .

7. Lösen Sie folgende Anfangswertaufgaben näherungsweise durch sukzessive Approximation, indem Sie 3 Glieder angeben:

(a)  $y' = x - y^2$ ,  $y(0) = 0$ ,

(b)  $y' = y^2 + 3x^2 - 1$ ,  $y(1) = 1$ ,

(c)  $y' = y + e^{y-1}$ ,  $y(0) = 1$ .

8. Lösen Sie die Aufgabe 7 (a) mit Potenzreihenansatz!

**bitte wenden**

## 4. Hausaufgabe

---

Lösen Sie folgende Aufgaben der 4. Übung

1. (b), (c), (e), (f)
4. (b), (d)
5. (c)
7. (b), (c)
- 8.