TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
PROF. DANIEL POTTS
RALF HIELSCHER

WS12/13

Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie

http://www.tu-chemnitz.de/˜rahi

Übungsblatt 3

Aufgabe 1: Bestimmen Sie von den folgenden komplexen Zahlen jeweils den Real- und Imaginärteil sowie ihre Darstellung in Polarkoordinaten

a) $a = \sqrt[3]{1 - \mathrm{i}}$ b) $b = \tan \mathrm{i}$ c) $c = \cosh \mathrm{i}\pi$ d) $d = \coth \frac{\mathrm{i}\pi}{4}$

Aufgabe 2: Zeigen Sie, dass für $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$

a) $\sinh z = -\mathrm{i} \sin \mathrm{i}z$

b) $\cosh z = \cos \mathrm{i}z$

c) $\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$

d) $\sinh(z_1 + z_2) = \sinh z_1 \cosh z_2 + \cosh z_1 \sinh z_2$

e) $\cosh(z_1 + z_2) = \cosh z_1 \cosh z_2 + \sinh z_1 \sinh z_2$

f) $\sinh(-z) = -\sinh z$ und $\cosh(-z) = \cosh z$

gilt.

Aufgabe 3: Betrachten Sie für $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \in \mathbb{R}$ die Function

$$f(z) = (a_{11}x + a_{12}y) + \mathrm{i}(a_{21}x + a_{22}y), \quad z = x + \mathrm{i}y.$$

Unter welchen Bedingungen an a_{11}, a_{12}, a_{21} und a_{22} ist f komplex differenzierbar? Zeigen Sie, dass es eine komplexe Zahl $c \in \mathbb{C}$ gibt, so dass

$$f(z) = cz.$$