Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Daniel Potts
Dr. Ralf Hielscher

WS 16/17

Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie

http://www.tu-chemnitz.de/∼ rahi

Übungsblatt 2 - komplexe Funktionen

Aufgabe 1: Sei $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ und $z = r(\cos\varphi + \mathrm{i}\sin\varphi) \neq 0$. Bestimmen Sie alle $w = \varrho(\cos\psi + \mathrm{i}\sin\psi) \in \mathbb{C}$ mit $w^n = z$.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie von den folgenden komplexen Zahlen jeweils den Real- und Imaginärteil sowie ihre Darstellung in Polarkoordinaten

a) $a = e^{1-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$, b) $b = \left(5e^{\mathrm{i}\frac{7}{8}\pi}\right)^2$, c) $c = \sqrt{-\mathrm{i}}$, d) $d = \sin\mathrm{i}$.

Aufgabe 3: Betrachten Sie die komplexe Kosinusfunktion $w = \cos z = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}z} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}z}\right)$.

a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der Abbildung.

b) Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt

- $\cos z \in \mathbb{R}$,
- $\cos z \in [-1, 1]$,
- $\cos z = 1$?

c) Untersuchen Sie $\cos z$ auf Periodizität.

Aufgabe 4: Veranschaulichen Sie sich folgende Abbildungen geometrisch:

a) $z \mapsto az+b$, b) $z \mapsto z^2$, c) $z \mapsto z^{-1}$, d) $z \mapsto e^z$, e) $z \mapsto \sqrt{z}$.

Aufgabe 5: Lösen Sie Aufgabe für den komplexen

a) Sinushyperbolicus: $\sinh z = \frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^z - \mathrm{e}^{-z}\right)$, b) Tangens: $\tan z = \frac{\sin z}{\cos z}$.