

## Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie

<http://www.tu-chemnitz.de/~rahi>

### Übungsblatt 1

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie von den folgenden komplexen Zahlen jeweils den Real- und Imaginärteil

a)  $a = (3 + 2i)^3$ ,      b)  $b = \frac{1}{3 + \sqrt{3}i}$ ,      c)  $c = \frac{i+1}{i-1}$ .

**Aufgabe 2:** Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichungen

a)  $z^2 = 45 - 28i$ ,      b)  $iz^2 + (2 - 2i)z - 2 + 25i = 0$ .

**Aufgabe 3:** Zu einer komplexen Zahl  $z = x + iy$  betrachten wir die Darstellung in Polarkoordinaten

$$z = r \cos \phi + ir \sin \phi.$$

- Bestimmen Sie  $r$  und  $\phi$  in Abhängigkeit von  $x$  und  $y$ .
- Bestimmen Sie das Produkt zweier komplexer Zahlen in Polarkoordinaten.
- Bestimmen Sie die Inverse  $1/z$  zu  $z$  in Polarkoordinaten.

**Aufgabe 4:** Welche der folgenden Aussagen gelten für alle  $a, b \in \mathbb{C}$  ?

a)  $a\bar{b} = \overline{ab}$ ,      c)  $\overline{a\bar{b}} = \overline{ab}$ ,      e)  $|z\bar{z}| = |z|^2$ ,  
b)  $ab = ba$ ,      d)  $|z^2| = |z|^2$ ,      f)  $|\frac{1}{z}| = |z|$ .

**Aufgabe 5:** Zeigen Sie, die Lösungen der Gleichung  $z^7 - 5z^3 + 12 = 0$  liegen im Ringgebiet zwischen den Kreislinien ( $z \in \mathbb{C} : |z| = 1$ ) und ( $z \in \mathbb{C} : |z| = 2$ ).