Zur Formel für die Bortkiewicz-Profitrate

Die Lösung des Transformationsvorschlags von Ladislaus. v. Bortkiewicz[1] für die Profitrate $\rho = \sigma - 1$ lautet zunächst:

$$\sigma = \frac{f_2 g_1 + g_2 \pm \sqrt{(g_2 - f_2 g_1)^2 + 4 f_1 g_1 g_2}}{2(f_2 - f_1)} \qquad (18)$$

Es ist zu zeigen, dass die Wurzel in (18) negativ zu nehmen ist. Hierfür ist eine Fallunterscheidung erforderlich.

1. $f_2 < f_1$, d.h. die Lohngüterindustrie weist eine höhere organische Zusammensetzung des Kapitals auf als der Produktionsmittelsektor. Da dann der Nenner von (18) im Minus liegt, muss das negative Vorzeichen vor der Wurzel stehen. Nur dann eröffnet sich die Möglichkeit, durch einen Zähler, der kleiner als Null wird, ein $\sigma \geq 1$ zu erhalten.

2. $f_2 > f_1$, jetzt produziert die Produktionsmittelabteilung kapitalintensiver. Lässt man bei der Diskriminante den Ausdruck $4 f_1 g_1 g_2$ weg und setzt das (wie zu zeigen: falsche) Pluszeichen vor die Wurzel, erhält man die Ungleichung:

$$\sigma > \frac{f_2 g_2 + g_2 + \sqrt{(g_2 - f_2 g_1)^2}}{2(f_2 - f_1)} = \frac{f_2 g_1 + g_2 + |g_2 - f_2 g_1|}{2(f_2 - f_1)} \qquad (18a)$$

Nun ist eine weitere Falluntersuchung erforderlich.

---

[1] Vgl. Helmedag, F., Zur Berechtigung der grundlegenden theoretischen Konstruktion von Marx im ersten Band des „Kapital“, in: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 212 (1993), S. 442-450, S. 445.

2a) $g_2 - f_2 g_1 > 0$. Aus (18a) wird dann:

$$\sigma > \frac{g_2}{f_2 - f_1} \qquad (*)$$

2b) $g_2 - f_2 g_1 < 0$. (18a) wird daraufhin zu:

$$\sigma > \frac{f_2 g_1 + g_2 - g_2 + f_2 g_1}{2(f_2 - f_1)} = \frac{f_2 g_1}{f_2 - f_1}$$

Andererseits impliziert $g_2 < f_2 g_1$ für $f_2 > f_1$:

$$\frac{f_2 g_1}{f_2 - f_1} > \frac{g_2}{f_2 - f_1}$$

Damit gilt in dieser Situation:

$$\sigma > \frac{f_2 g_1}{f_2 - f_1} > \frac{g_2}{f_2 - f_1} \qquad (*)$$

Aus beiden ($*$)-Bedingungen resultiert *a fortiori*:

$$\sigma > \frac{g_2}{f_2} \qquad (**)$$

Aus (14) ergibt sich jedoch:

$$\sigma = \frac{g_2 y}{x + f_2 y} < \frac{g_2}{f_2} \qquad (***)$$

Damit liegt ein Widerspruch vor: ($**$) $\neq$ ($***$). In (18) ist deshalb nur das Minuszeichen zulässig.