6. VL PWT

Notiztitel 11/16/2010

- Nach: Say -> Produktionsfaktorenlehre
  -> Harmonielehre

1.4.3 Neoklassische makroökonomische Produktionsfunktion

- gesamtwirtschaftl. Produktionsfunktion (PF)

$$Y = f(L, K) \qquad (1.4.3.1)$$

Y := reale Nettoprodukt

$$\left.\begin{array}{l} L := \text{Arbeitseinsatz} \\ K := \text{Kapitalstock} \end{array}\right\} \text{„Produktionsfaktoren"}$$

- Cobb-Douglas-PF:

$$Y = L^{\alpha} K^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1 \qquad (1.4.3.2)$$

- Konstante Skalenerträge (linear-homogene PF)

- $Y(\beta L, \beta K) = \beta Y(L, K)$

- Partielle Grenzprodukte:

- $$\frac{\partial Y}{\partial L} = \alpha L^{\alpha - 1} K^{1-\alpha} \qquad (1.4.3.3)$$

- $$\frac{\partial Y}{\partial K} = (1-\alpha) L^{\alpha} K^{-\alpha} \qquad (1.4.3.4)$$

- Durchschnittsprodukte

- $$\frac{Y}{L} = \frac{L^{\alpha} K^{1-\alpha}}{L} = L^{\alpha - 1} K^{1-\alpha} \qquad (1.4.3.5)$$

- $$\frac{Y}{K} = \frac{L^{\alpha} K^{1-\alpha}}{K} = L^{\alpha} K^{-\alpha} \qquad (1.4.3.6)$$

- partielle Produktionselastizitäten:

  (1.4.3.3) und (1.4.3.4) nach α bzw. $(1-\alpha)$ auflösen und Durchschnittsprodukte einsetzen:

- $\alpha = \dfrac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{\frac{Y}{L}} = \dfrac{\frac{\partial Y}{Y}}{\frac{\partial L}{L}}$ } reine Zahl, unabhängig von Maßeinheit (1.4.3.7)

- $(1-\alpha) = \dfrac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{Y}{K}} = \dfrac{\frac{\partial Y}{Y}}{\frac{\partial K}{K}}$ } reine Zahl (1.4.3.8)

- $\alpha \Rightarrow$ „Um wieviel % geht $Y \uparrow$, wenn L um 1% $\uparrow$?"

- $(1-\alpha)$: „Um wieviel % geht $Y \uparrow$, wenn K um 1% $\uparrow$?"

- Entlohnung der Produktionsfaktoren nach Gewinnmaximierungsregel (Mikroökonomie):

- $\dfrac{\partial Y}{\partial L} = w^r$ (Reallohnsatz) (1.4.3.9)

- $\dfrac{\partial Y}{\partial K} = r$ (realer Kapitalzins / Güterzins) (1.4.3.10)

- (1.4.3.9) bzw. (1.4.3.10) in (1.4.3.7) und (1.4.3.8)

- $$\alpha = \frac{w^r}{\frac{Y}{L}} = \frac{w^r L}{Y} = \frac{W}{Y} \qquad (1.4.3.11)$$

Lohnquote

mit $W :=$ Lohnsumme

- $$(1-\alpha) = \frac{r}{\frac{Y}{K}} = \frac{rK}{Y} = \frac{\Pi}{Y} \qquad (1.4.3.12)$$

Gewinnquote

mit $\Pi :=$ Gewinnsumme

- α -> Lohnquote
- $1-\alpha$ -> Gewinnquote

} durch Produktionstechnik determiniert!

- PF -> Homogen vom Grad μ:

$$Y(\beta L, \beta K) = \beta^{\mu} Y(L, K)$$

- Ausschöpfungstheorem: Funktion $F(L,K)$ sei homogen vom Grad μ: Dann gilt:

$$L \frac{\partial F(L,K)}{\partial L} + K \frac{\partial F(L,K)}{\partial K} = \mu F(K, L) \qquad (1.4.3.13)$$

- Also: $Lw^r + Kr = 1 F(L,K) = 1Y$

- Cobb-Douglas-PF -> Konst. Skalenerträge
  $\mu = \alpha + (1-\alpha) = 1$

- linear-homogene PF verteilt das Nettoprodukt
  <u>vollständig</u> auf die Produktionsfaktoren

- PF mit $\mu > 1$ (steigende Skalenerträge):
  Output für die Einkommensansprüche zu klein

- PF mit $\mu < 1$ (sinkende Skalenerträge)
  Output wird nicht vollständig als Einkommen verteilt

- Kapitalintensität im Gewinnmaximum

- $$\frac{r}{w^r} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{\partial Y}{\partial L}} = \frac{(1-\alpha) L^{\alpha} K^{-\alpha}}{\alpha L^{\alpha-1} K^{1-\alpha}} = \frac{(1-\alpha)L}{\alpha K} \qquad (1.4.3.14)$$

- Hieraus folgt:

- $$\frac{K}{L} = \frac{(1-\alpha) w^r}{\alpha r}$$ (gewinnmax. Kapitalintensität) (1.4.3.15)

- Substitutionselastizität

- $$\varepsilon = \left| \frac{\frac{\partial(K/L)}{(K/L)}}{\frac{\partial(r/w^r)}{(r/w^r)}} \right|$$ (1.4.3.16)

  Zähler: rel. Veränderung Kapitalintensität (Faktoreinsatzverhältnis)

  Nenner: rel. Veränderung Realzins-Reallohn-Verhältnis (Faktorpreis-verhältnis)

- (1.4.3.15)

- $$\frac{K}{L} = \frac{(1-\alpha) w^r}{\alpha r} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \left(\frac{r}{w^r}\right)^{-1}$$ (1.4.3.17)

- $$\frac{\partial(K/L)}{\partial(r/w^r)} = -\frac{(1-\alpha)}{\alpha} \left(\frac{r}{w^r}\right)^{-2}$$ (1.4.3.18)

- (1.4.3.17) und (1.4.3.18) in (1.4.3.16)

$$- \quad \varepsilon = \left| \frac{\partial(K/L)\,\frac{r}{w^r}}{\partial(r/w^r)\,\frac{K}{L}} \right| = \left| -\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{r}{w^r}\right)^{-2} \frac{\frac{r}{w^r}}{\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\left(\frac{r}{w^r}\right)^{-1}} \right|$$

$$= |-1| = 1 \qquad (1.4.3.19)$$

- $\varepsilon \rightarrow$ „Um wieviel % ändert sich die Kapitalintensität, wenn sich das Faktorpreis=verhältnis um 1% ändert?

- Technisch determinierte Einkommensverteilung, kann durch (politische) Umverteilung nicht geändert werden

- Lohn- und Gewinnquote bleiben immer gleich, solange die Technik gleich bleibt

- Steigt w^r z.B., dann sinkt L und W ändert sich nicht: $W = \text{konst} = w^r\uparrow \cdot L\downarrow$

1.4.4 Kritik makroökonom. PF

- Kritik Produktionsfaktorenlehre → Harmonielehre

- Überlegung: Was ist eigentlich „K"
  - (i) Menge von Maschine
  - (ii) Geldbetrag

  } Joan Robinson „Putty, Jelly, Ectoplasm"

- Falls (i): Physisch heterogene Gegenstände können nicht zu K aggregiert werden

- Falls (ii) Preisbewertete Menge von Maschinen

- Kann aggregiert werden

- Aber: Was ist, wenn Preissystem verteilungs-abhängig ist?

$$K \rightarrow r = \frac{\partial Y}{\partial K} \rightarrow \text{Verteilung}$$

- „Cambridge-Cambridge-Debatte" / „Kapitalkontroverse"
  (P. A. Samuelson, J. Robinson, Amit Bhaduri, L.L. Pasinetti)

Exkurs: Dimensionsanalyse

- Physikalische Dimensionen
- Logische Mindestanforderungen an Theorien und Modelle:

  1. Gleichungen müssen dimensional homogen sein
  2. Nur ganzzahlige Exponenten sind unproblematisch
  3. Exponenten und Argumente von transzendenten

Funktionen (exp, log, sin etc.)

müssen reine Zahlen sein

- z.B. $e^t := 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \cdots$

  -> t muss reine Zahl sein, sonst werden „Äpfel und Birnen" addiert

- $\sqrt{(1\,€)} = (1\,€)^{\frac{1}{2}}$ -> sinnloser Ausdruck

- $\log_{10}(100\,m)$?

- Allg.: $\log_b(x)$ -> Wie muss die Basis b potenziert werden, damit die Zahl x herauskommt?

- $\log_{10}(100) = 2 \rightarrow \underbrace{10 \cdot 10}_{„2\times"} = 10^2 = 100$

- $\log_{10}(100\,m)$ = Wie oft muss 10 als Faktor auftreten, damit 100 m herauskommen?

- $\log(100n) = \log(100) + \log(n)$

- Exkurs Ende