Preisdifferenzierung

Prof. Dr. Fritz Helmedag, Chemnitz

Kaum ein Lehrbuch der Mikroökonomie verzichtet auf die Nennung der Preisdifferenzierung. Oft werden die Möglichkeiten und Spielarten jedoch bloß skizziert; Mangelware sind hingegen Darlegungen, in welchen die Optimierungsbedingungen präzise abgeleitet werden. Dies geschieht in diesem Beitrag.

Prof. Dr. Fritz Helmedag ist o. Professor für VWL (Mikroökonomie) an der Technischen Universität Chemnitz. Bevorzugte Forschungsgebiete: Wert, Preis, Beschäftigung, Dogmengeschichte.

1. Begriff und Anwendungsbereiche

Mit **Preisdifferenzierung** (englisch: price discrimination) bezeichnet man das Phänomen, dass ein Gut zu verschiedenen Preisen veräußert wird, wobei die Preisabweichungen nicht auf höheren oder geringeren Kosten beruhen. Bei einer **Produktdifferenzierung**, die manchmal „sachliche Preisdifferenzierung" heißt, liegen unterschiedliche Kosten vor. Ein Beispiel für Produktdifferenzierung ist das Herstellen von Büchern in mehr oder weniger wertvollen Ausstattungen, von der Klebebindung bis zum Goldschnitt. Je nach Anknüpfungspunkt lassen sich folgende Varianten auseinanderhalten:

- Von **räumlicher** Preisdifferenzierung ist die Rede, sofern eine Abstufung der Preise nach geographisch getrennten Gebieten erfolgt. Diese Art der Preisdifferenzierung wird als „Dumping" (englisch für: Abladen) apostrophiert, falls Anbieter im Ausland billiger verkaufen als im Inland.
- **Persönliche** Preisdifferenzierung liegt vor, wenn je nach Gruppenzugehörigkeit der Nachfrager andere Preise gelten. So werden etwa in der Mensa nach Personenkreisen (Studenten, Mitarbeiter, Gäste) gestaffelte Entgelte erhoben, wobei das Essen gleich ist.
- **Zeitliche** Preisdifferenzierung drückt aus, dass die Preishöhe mit dem Datum oder der Uhrzeit des Kaufs korrespondiert. Beispielsweise soll durch einen günstigeren Tarif für Nachtstrom eine gleichmäßigere Auslastung der Elektrizitätswerke gewährleistet werden.
- **Quantitative** Preisdifferenzierung verweist auf eine Abhängigkeit der Preise von der gekauften Menge eines Gutes, wie z. B. Mengenrabatte.
- **Qualitative** Preisdifferenzierung äußert sich in Preisunterschieden je nach Verwendungszweck des Gutes; so gibt es verschiedene Preise für Koch- und Viehsalz oder für Heizöl und Dieselkraftstoff.

Ziel jeder Preisdifferenzierung ist die Abschöpfung des Tauschvorteils der Gegenseite, was in der Regel auf die Aneignung der Konsumentenrente durch die Anbieter hinausläuft. Voraussetzungen einer erfolgreichen Preisdifferenzierung sind einerseits vorhandene **monopolistische Elemente** auf dem Markt; andererseits fehlende **Arbitragemöglichkeiten**, die es der Nachfrageseite erlaubten, die Preisdifferenzierung aufzuheben, indem zeitgleiche Preisabweichungen ausgenutzt werden. Arbitrage ist bei Waren eher zu beobachten (Autos, Arznei), bei Dienstleistungen hingegen häufig ausgeschlossen (Arzt, Kino).

Im angelsächsischen Sprachraum trennt man oft in Anlehnung an *Arthur Cecil Pigou* (1877-1959) in Preisdifferenzierung ersten, zweiten und dritten Grades. **Preisdifferenzierung ersten Grades** bedeutet, jedem Kunden seinen Reservations- oder Prohibitivpreis, d. h. die maximale individuelle Zahlungsbereitschaft (*ZB*) für eine bestimmte Menge einer Ware, abzuverlangen. Betrachten wir im ersten Anlauf ein Gebrauchsgut, von dem die Käufer nur je ein Stück haben wollen („unit demand"). Wir reihen die Nachfrager (7 in unserem Beispiel) nach ihrer Zahlungsbereitschaft (die von 80 Geldeinheiten ausgehend jeweils um 10 fallen soll) und erhalten bei konstanten Grenzkosten k_{var}= 20 die *Abb.1*:

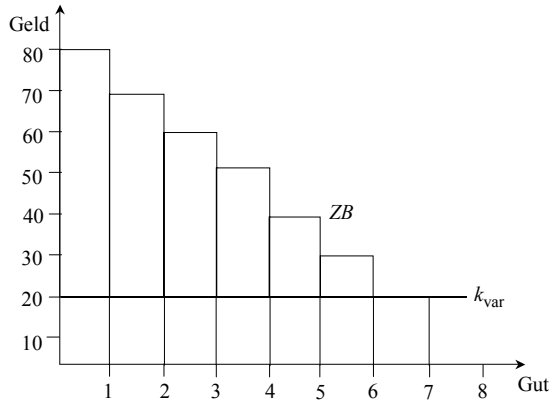

Abb.1:Zahlungsbereitschaft und variable Stückkosten

Zunächst soll also das erste Exemplar für 80 Geldeinheiten einen Käufer finden, dann das zweite für 70 usw. Ob das siebte Stück noch abgesetzt wird, ist fraglich, da es keinen Deckungsbeitrag bringt; die Zahlungsbereitschaft kompensiert gerade die variablen Stückkosten. Mit einer solchen vollständigen Preisdifferenzierung lässt sich der potenzielle Tauschvorteil der Konsumenten zur Gänze abschöpfen. Das Gesamtrentenmaximum wird zwar erreicht, es fällt jedoch allein der Anbieterseite zu. Diese Verteilung genügt trotzdem dem *Pareto*-Kriterium, welches besagt, dass niemand besser gestellt werden könne, ohne die Wohlfahrt eines anderen zu verringern. Es handelt sich allerdings um einen Grenzfall, dessen praktische Umsetzung höchst selten gelingen dürfte.

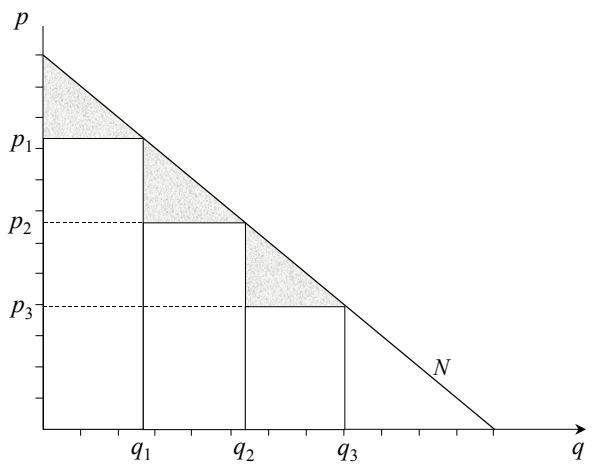

Abb.2: Drei Teilmärkte

Betreibt der Anbieter **skimming** (englisch für: abschöpfen), d. h. „läuft“ er im Zeitablauf die Nachfragekurve hinunter, um auf diese Weise sukzessive die jeweils zahlungskräftigsten Käufer zu bedienen, erlebt er womöglich eine Überraschung: Wenn die Nachfrager die Mechanik durchschauen und ihnen das Warten nicht schwerfällt, zögern sie den Erwerb solange hinaus, bis der Preis auf die (variablen) Stückkosten gefallen ist. Die Preisdifferenzierung im Zeitablauf ist dann gescheitert, der Monopolist hat sich praktisch selbst Konkurrenz gemacht. Diese Mutmaßung nennt man in Anlehnung an den Autor, der sie in die Diskussion eingebracht hat, „Coase conjecture" (*Coase*, 1972). Die Hypothese ist durchaus realistisch, wie die Erfahrung gelegentlich bei dauerhaften Produkten und auf dem Wochenmarkt oder bei Modeartikeln zeigt.

Bei der **Preisdifferenzierung zweiten Grades** werden feste Preis-Mengen-Kombinationen zur Wahl gestellt, etwa durch das Angebot bestimmter Packungsgrößen („nichtlineare Preissetzung"). Diese Art der Preisdifferenzierung ist häufig bei Versorgungsunternehmen, aber auch im Supermarkt beobachtbar. Unter der Annahme einer stetigen aggregierten Nachfragekurve (*N*), könnte das Ergebnis bei drei Blöcken wie in *Abb. 2* aussehen.

Es wird die Menge q_1 zum Stückpreis p_1 veräußert, die Umsätze der zweiten und dritten Teilmärkte betragen $p_2(q_2 - q_1)$, bzw. $p_3(q_3 - q_2)$. Offenbar steigt mit der Zahl der Absatzschichten der Umsatz, und die verbleibende Fläche unter der Nachfragekurve bis q_3 als Maß der Konsumentenrente (*KR*) wird kleiner. Freilich ist a priori nicht klar, welche Aufteilung die beste ist; es liegt ein Optimierungsproblem vor: Wie viele einzelne Segmente welcher Größe sollen gebildet werden? Selbstverständlich sind bei der Lösung dieser Aufgabe die Kosten zu beachten.

Anders als bei den soeben beschriebenen Formen der Preisdifferenzierung sieht sich der Verkäufer bei der **Preisdifferenzierung dritten Grades** bereits isolierten Märkten gegenüber. Die Frage lautet nun, ob bei gleichen (Grenz-)Kosten ein einheitlicher Preis gefordert werden soll. In der deutschen Literatur war es früher üblich, bei diesem Themenkomplex von „agglomerativer" Preisdifferenzierung zu sprechen. Die Märkte können sich hierbei auf Personenkreise beziehen, wie Pensionäre, Studenten, Geschäftsleute, Urlauber, Inländer, Ausländer usw. Innerhalb der Gruppe wird jeweils derselbe Preis entrichtet.

2. Die agglomerative Preisdifferenzierung: Allgemeines

Wir betrachten zwei isolierte Märkte mit den inversen Nachfragefunktionen $p_1 = f_1(q_1)$ und $p_2 = f_2(q_2)$. Die Erlöse der beiden Märkte belaufen sich damit auf $E_1 = p_1 q_1$ sowie $E_2 = p_2 q_2$. Der Gesamtgewinn setzt sich aus den Verkaufserlösen beider Teilmärkte abzüglich der für die Gesamtmenge aufgebrachten Kosten (*K*) zusammen, wobei identische und konstante Grenzkosten $K' = k$ angenommen werden:

$$G = E_1(q_1) + E_2(q_2) - K(q_1 + q_2) \tag{1}$$

Die notwendigen Bedingungen für das Gewinnmaximum lauten:

$$\frac{\partial G}{\partial q_1} = \frac{\partial E_1}{\partial q_1} - \frac{\partial K}{\partial q_1} \overset{!}{=} 0 \tag{2a}$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_2} = \frac{\partial E_2}{\partial q_2} - \frac{\partial K}{\partial q_2} \overset{!}{=} 0 \tag{2b}$$

Wegen $\frac{\partial K}{\partial q_1} = \frac{\partial K}{\partial q_2} = K' = k$ müssen die Grenzerlöse auf den beiden Teilmärkten übereinstimmen und dem Grenzumsatz entsprechen.

Man kann nun zeigen, dass bei differierenden Preiselastizitäten, d. h. unterschiedlich verlaufenden Nachfragefunktionen, verschiedene Preise gefordert werden. Hierbei greifen wir auf eine Formulierung für den Grenzumsatz, die sog. **Amoroso-Robinson-Relation**, zurück. Ausgangspunkt ist der Erlös:

$$E = p \cdot q \tag{3}$$

Die Ableitung ergibt:

$$\frac{dE}{dq} = p + \frac{dp}{dq} q = p\left(1 + \frac{dp}{dq} \cdot \frac{q}{p}\right) \tag{4}$$

Die direkte Preiselastizität der Nachfrage ist definiert als:

$$\varepsilon_{q,p} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} \tag{5}$$

Da die Nachfragekurve typischerweise fällt $\left(\frac{dq}{dp} < 0\right)$, handelt es sich bei $\varepsilon_{q,p}$ regelmäßig um eine **negative** (Prozent-)Zahl, welche die relative Mengenanpassung in Bezug auf eine (infinitesimal kleine) Preisänderungsrate angibt. In Sondersituationen kann jedoch die Nachfrage mit dem Preis steigen; deshalb ist es unzweckmäßig, die direkte Preiselastizität der Nachfrage als absolute Größe zu formulieren, wie das oft geschieht. Als Sprachregelung hat sich herausgebildet, einen Elastizitätswert als **hoch** zu be-

zeichnen, wenn er relativ dicht bei **minus** unendlich, d. h. in der Nähe des Prohibitivpreises liegt. Unter Verwendung von (5) lautet der Grenzerlös (4):

$$\frac{dE}{dq} = p\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{q,p}}\right) \tag{6}$$

Entsprechend resultiert für die Grenzumsätze auf den Teilmärkten:

$$\frac{\partial E_1}{\partial q} = p_1\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{q_1,p_1}}\right) = E_1' \tag{7a}$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial q} = p_2\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{q_2,p_2}}\right) = E_2' \tag{7b}$$

Da die Grenzerlöse im Gewinnmaximum auf beiden Märkten übereinstimmen müssen $\left(E_1' \overset{!}{=} E_2'\right)$, erhält man:

$$p_1\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{q_1,p_1}}\right) = p_2\left(1 + \frac{1}{\varepsilon_{q_2,p_2}}\right) \tag{8}$$

Nach kurzer Umformung folgt:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \frac{1}{\varepsilon_{q_2,p_2}}}{1 + \frac{1}{\varepsilon_{q_1,p_1}}} \tag{9}$$

Damit wird das Gut umso teurer sein, je weniger elastisch die Nachfrage ist („inverse elasticity rule"). Sei z.B. $\varepsilon_{q_1,p_1} = -2$ und $\varepsilon_{q_2,p_2} = -3$. Für das Preisverhältnis errechnet man:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{4}{3} \tag{10}$$

Demzufolge ist der Preis in der Region mit der geringeren Nachfrageelastizität höher:

$$p_1 = \frac{4}{3} p_2 \tag{11}$$

Übrigens weisen unabhängig von ihrer Steigung lineare Nachfragefunktionen zu jedem Preis unterschiedliche Nachfrageelastizitäten auf, falls die Ordinatenabschnitte differieren. Dies macht man sich leicht an *Abb. 3* klar, in der der Prohibitivpreis p_p gleich ist.

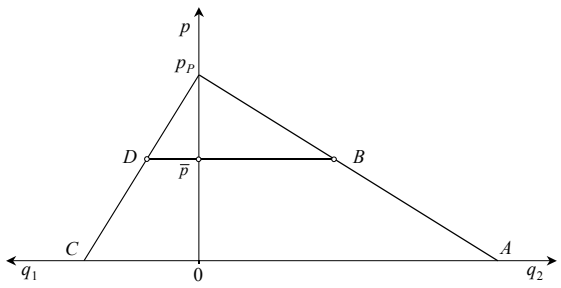

Abb.3:Zwei lineare Nachfragekurven mit gleichem Höchstpreis

Laut Strahlensatz gilt:

$$\frac{0\bar{p}}{\bar{p}p_P} = \frac{AB}{Bp_P} = \frac{CD}{Dp_P} \tag{12}$$

Da die Streckenabschnitte ein Maß für die (absolute) direkte Preiselastizität $\varepsilon_{q,\bar{p}}$ darstellen (vgl. *Ott*, 1991, S.137), müssen bei linearen Nachfragekurven die Teilmärkte unterschiedliche Höchstpreise aufweisen, damit Preisdifferenzierung die gewinnmaximierende Strategie ist. Selbst bei differierenden „Preisempfindlichkeiten", wie sie in den Steigungen der Nachfragegeraden zum Ausdruck kommen, wird ein einheitlicher Preis verlangt, wenn auf allen Absatzgebieten derselbe Reservationspreis vorliegt.

3. Die agglomerative Preisdifferenzierung: Zahlenbeispiel

Um die Zusammenhänge zu verdeutlichen, betrachten wir die Nachfragefunktionen zweier Teilmärkte, wobei lediglich die Preis- und Mengenzahlen ohne Dimensionsangabe notiert werden:

$$q_1(p_1) = 200 - 4p_1 \tag{13a}$$

$$q_2(p_2) = 100 - p_2 \tag{13b}$$

Die inversen Nachfragefunktionen lauten:

$$p_1(q_1) = 50 - \frac{1}{4}q_1 \tag{14a}$$

$$p_2(q_2) = 100 - q_2 \tag{14b}$$

Damit kennen wir die Erlöse:

$$E_1 = 50q_1 - \frac{1}{4}q_1^2 \tag{15a}$$

$$E_2 = 100q_2 - q_2^2 \tag{15b}$$

Die Grenzkosten werden als konstant angenommen:

$$K'(q) = 20 = const. \tag{16}$$

Die notwendige Bedingung für ein Gewinnmaximum verlangt allgemein $K_i' \overset{!}{=} E_i'$ $(i = 1,2)$. In unserem Beispiel ergibt sich für die beiden Märkte:

$$E_1' = 50 - \frac{1}{2}q_1 \overset{!}{=} 20 = K'(q) \tag{17a}$$

$$E_2' = 100 - 2q_2 \overset{!}{=} 20 = K'(q) \tag{17b}$$

Die Auflösung nach q_1 bzw. q_2 liefert die gewinnmaximalen Angebotsmengen für beide Verkaufsgebiete:

$$q_1 = 60 \tag{18a}$$

$$q_2 = 40 \tag{18b}$$

Das Einsetzen dieser Mengen in die inversen Nachfragefunktionen führt zu den dazugehörigen Preisen:

$$p_1 = 50 - 15 = 35 \tag{19a}$$

$$p_2 = 100 - 40 = 60 \tag{19b}$$

Wenn keine Fixkosten anfallen, betragen die Gewinne des differenzierenden Monopolisten auf den Teilmärkten:

$$G_1 = 60 \cdot 35 - 60 \cdot 20 = 60 \cdot 15 = 900 \tag{20a}$$

$$G_2 = 40 \cdot 60 - 40 \cdot 20 = 40 \cdot 40 = 1600 \tag{20b}$$

Der gesamte Gewinn, der sich aus den Gewinnen beider Teilmärkte zusammensetzt (G_D), beläuft sich auf:

$$G_D = G_1 + G_2 = 900 + 1600 = 2500 \tag{21}$$

Wie hoch ist demgegenüber der maximale Gewinn, wenn nur *ein* Preis ($p_1 = p_2 = p$) für den gesamten Markt gefordert werden kann? Die Marktnachfrage ergibt sich durch horizontale Addition beider Teilnachfragefunktionen:

$$Q(p) = q_1(p_1) + q_2(p_2) = 300 - 5p \tag{22}$$

Die inverse Nachfrage für den Gesamtmarkt lautet:

$$p(Q) = \frac{1}{5}(300 - Q) \tag{23}$$

Für den Erlös erhält man:

$$E(Q) = \frac{1}{5}(300Q - Q^2) \tag{24}$$

Wegen $E' \overset{!}{=} K'$ hat man ferner:

$$\frac{1}{5}(300 - 2Q) \overset{!}{=} 20 \tag{25}$$

Die gesamte Verkaufsmenge umfasst mithin:

$$Q = 100 \tag{26}$$

Als Preis ergibt sich:

$$p(Q) = \frac{1}{5}(300 - 100) = \frac{200}{5} = 40 \tag{27}$$

Schließlich verbucht der Anbieter den Gewinn:

$$G_M = 100 \cdot 40 - 100 \cdot 20 = 100 \cdot 20 = 2000 \tag{28}$$

Das Unternehmen, welches Preisdifferenzierung betreiben kann, erreicht also einen höheren Gewinn im Vergleich zu einem Cournotschen Monopolisten: $G_D > G_M$.

4. *Stackelberg*-Bedingungen und Schichtbreite

Im Deutschen spricht man neben der agglomerativen von der **deglomerativen Preisdifferenzierung**, worunter das Problem verstanden wird, eine bekannte Gesamtnachfrage gewinnmaximal in Schichten zu separieren. Heinrich von *Stackelberg* (1905-1946) hat die notwendigen Bedingungen eines Gewinnmaximums bei **gegebener** Schichtung der Nachfrage genannt (*Stackelberg*, 1939). Allgemein lautet die Gewinnfunktion bei *n*-facher Marktteilung:

$$\begin{aligned} G(n) &= f(q_1)q_1 + f(q_2)(q_2 - q_1) + \ldots + \\ &+ f(q_{n-1})(q_{n-1} - q_{n-2}) + f(q_n)(q_n - q_{n-1}) - K(q_n) \end{aligned} \tag{29}$$

Im Optimum nehmen die partiellen Ableitungen den Wert null an. Sinnvollerweise beginnen wir mit dem *n*-ten Teilmarkt:

$$\frac{\partial G}{\partial q_n} = \underbrace{f(q_n) + f'(q_n)(q_n - q_{n-1})}_{E'_n} - K'(q_n) \overset{!}{=} 0 \tag{30}$$

Hieraus ergibt sich die notwendige Bedingung für ein Gewinnmaximum, wonach Grenzerlös und Grenzkosten des *n*-ten Marktes die gleiche Höhe aufweisen müssen: $E'_n = K'(q_n)$. Dies ist gleichbedeutend mit:

$$-f(q_n) = -p_n = f'(q_n)(q_n - q_{n-1}) - K'(q_n) \tag{31}$$

Analog muss auf dem vorletzten Markt im Gewinnnmaximum gelten:

$$\frac{\partial G}{\partial q_{n-1}} = \underbrace{f(q_{n-1}) + f'(q_{n-1})(q_{n-1} - q_{n-2})}_{E'_{n-1}} - f(q_n) = 0 \tag{32}$$

Damit resultiert: $E'_{n-1} = p_n$ Durch Rückwärtsinduktion lässt sich zeigen, dass der Durchschnittserlös einer Absatzschicht, also ihr Preis, im Gleichgewicht dem Grenzerlös der vorhergehenden entspricht: $E'_1 = p_2$, $E'_2 = p_3, \ldots, E'_n = K'$. In den Worten *Stackelbergs*: „Der Grenzerlös jeder Absatzschicht ist dem Preis der nachfolgenden Absatzschicht gleich. Der Grenzerlös der letzten Absatzschicht ist den Grenzkosten der Gesamtproduktion gleich" (*Stackelberg*, 1939, S. 384). Das Problem kann iterativ graphisch gelöst werden (vgl. *Ott*, 1959, S. 470). Dank der *Stackelberg*-Regel lassen sich die einzelnen notwendigen Bedingungen für ein Gewinnmaximum auch wie folgt formulieren:

$$\frac{\partial G}{\partial q_1} = E'_1 - p_2 = f(q_1) + q_1 f'(q_1) - f(q_2) = 0 \tag{33}$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_2} = E'_2 - p_3 = f(q_2) + (q_2 - q_1) f'(q_2) - f(q_3) = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_3} = E'_3 - p_4 = f(q_3) + (q_3 - q_2) f'(q_3) - f(q_4) = 0 \tag{35}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial G}{\partial q_n} = E'_n - K' = f(q_n) + (q_n - q_{n-1}) f'(q_n) - K'(q_n) = 0 \tag{36}$$

Allerdings ist die zentrale Frage, **wie viele Absatzschichten** zu isolieren sind, noch offen. Fielen bei der Separierung keine Kosten an, landete man bei der Preisdifferenzierung ersten Grades. Tatsächlich dürfte die Abschottung einzelner Käuferkreise jedoch Aufwendungen verursachen. Der Bestimmung der Segmentanzahl ist freilich die Klärung vorgelagert, ob die einzelnen Absatzschichten im Optimum überhaupt gleich groß, d. h. isoquant sind. Wir ermitteln dies unter der Voraussetzung einer **linearen** Gesamtnachfragekurve, die in n Streifen zerlegt sei. Die inverse Nachfragefunktion des *i*-ten Teilmarktes laute $f(q_i) = p_i = \frac{1}{b}(a - q_i)$ Ohne Isolierungskosten können wir die Gleichungen (33) bis (36) direkt verwenden. Betrachten wir das erste Segment. Aus (33) wird im Konkreten:

$$\frac{\partial G}{\partial q_1} = \frac{1}{b}(a - q_1) + \left(-\frac{1}{b}\right) q_1 - \frac{1}{b}(a - q_2) = 0 \tag{37}$$

Die Umformung bringt:

$$\begin{aligned} &a - q_1 - q_1 - a + q_2 = -2q_1 + q_2 = 0 \\ &q_2 = 2q_1 \end{aligned} \tag{38}$$

Für den zweiten Block errechnet man nach Einsetzen in (34):

$$\frac{\partial G}{\partial q_2} = \frac{1}{b}(a - q_2) + \left(-\frac{1}{b}\right)(q_2 - q_1) - \frac{1}{b}(a - q_3) = 0 \tag{39}$$

$$a - q_2 - q_2 + q_1 - a + q_3 = -2q_2 + q_1 + q_3 = 0$$

$$q_3 = 2q_2 - q_1 = 2 \cdot 2q_1 - q_1 = 3q_1 \tag{40}$$

Die Analyse der dritten Absatzschicht liefert unter Beachtung von (35):

$$\frac{\partial G}{\partial q_3} = \frac{1}{b}(a - q_3) + \left(-\frac{1}{b}\right)(q_3 - q_2) - \frac{1}{b}(a - q_4) = 0 \qquad (41)$$

$$\begin{aligned} &a - q_3 - q_3 + q_2 - a + q_4 = -2q_3 + q_2 + q_4 = 0 \\ &q_4 = 2q_3 - q_2 = 2 \cdot 3q_1 - 2q_1 = 4q_1 \end{aligned} \qquad (42)$$

Analog ergibt sich aus (36) für das n-te Segment:

$$q_n = 2(n-1)q_1 - (n-2)q_1 = q_1(2n - 2 - n + 2) = nq_1 \qquad (43)$$

Die Absatzmengen aller **Teihnärkte** sind also **gleich**, wobei ein konstanter Grenzkostenverlauf für dieses Ergebnis nicht erforderlich ist.

5. Die Abschöpfung der Konsumentenrente

Wir studieren nun, welcher Anteil der Konsumentenrente durch fortgesetzte Preisdifferenzierung abschöpfbar ist. Begonnen sei mit dem einfachsten Fall: Es wird nur ein Preis gefordert (vgl. *Abb. 4*). Wie hoch ist der Tauschvorteil auf der Seite der Nachfrager?

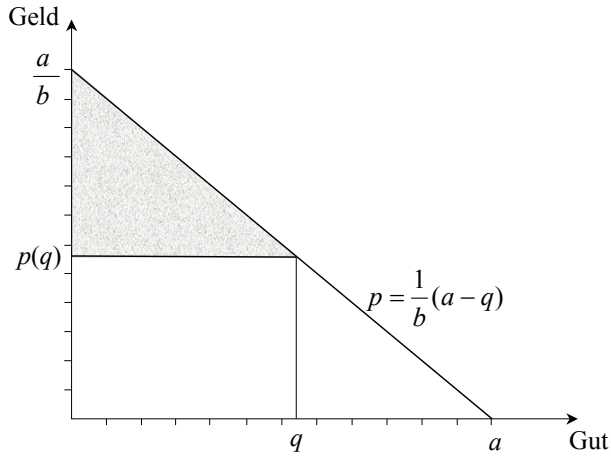

Abb.4:Einfache Preissetzung

Unter Rückgriff auf die Formel zur Berechnung einer Dreiecksfläche erhalten wir für die schraffierte Konsumentenrente:

$$KR_1 = \frac{1}{2}q\left(\frac{a}{b} - p(q)\right) = \frac{1}{2}q\left(\frac{a}{b} - \frac{1}{b}(a - q)\right) = \frac{q^2}{2b} \qquad (44)$$

Wenn der Anbieter zwei Preise verlangt, ergibt sich *Abb. 5*.

Wir wenden wieder die Flächenformel zur Berechnung der beiden Dreiecke an:

$$\begin{aligned} KR_2 &= \frac{1}{2}\frac{q}{2}\left[\left(\frac{a}{b} - p\left(\frac{q}{2}\right)\right) + \left(p\left(\frac{q}{2}\right) - p(q)\right)\right] = \\ &= \frac{1}{2}\frac{q}{2}\left(\frac{a}{b} - p(q)\right) = \frac{1}{2}\frac{q}{2}\left(\frac{1}{b}(a - a + q)\right) = \frac{1}{2}\frac{q^2}{2b} = \frac{1}{2}KR_1 \end{aligned} \qquad (45)$$

Ferner interessiert, welche Konsumentenrente bei drei Preisen übrigbleibt. Blicken wir auf *Abb. 6*.

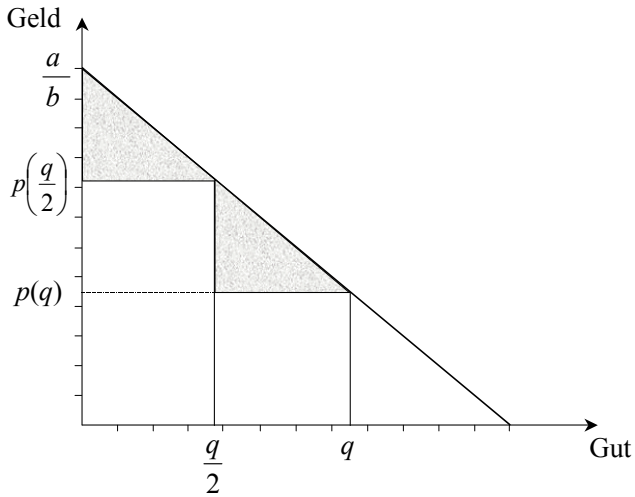

Abb.5:Zweifache Preissetzung

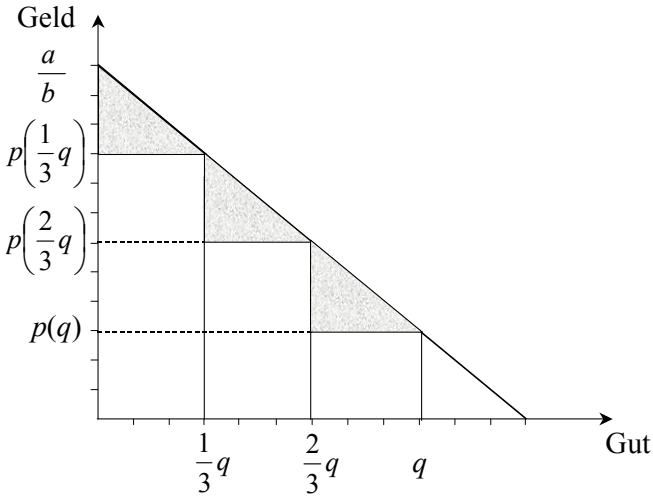

Abb.6:Dreifache Preissetzung

Die drei hervorgehobenen Flächen summieren sich zu:

$$\begin{aligned} KR_3 &= \frac{1}{2}\frac{q}{3}\left[\left(\frac{a}{b} - p\left(\frac{1}{3}q\right)\right) + \left(p\left(\frac{1}{3}q\right) - p\left(\frac{2}{3}q\right)\right) + \left(p\left(\frac{2}{3}q\right) - p(q)\right)\right] = \\ &= \frac{1}{3}\frac{q}{2}\left(\frac{1}{b}(a - a + q)\right) = \frac{1}{3}\frac{q^2}{2b} = \frac{1}{3}KR_1 \end{aligned} \qquad (46)$$

Wir können daher schließen, wie viel der ursprünglichen Konsumentenrente KR_1 die Nachfrager behalten, wenn der Anbieter den Markt in n gleiche Streifen teilt:

$$KR_n = \frac{1}{2}\frac{q}{n}\left(\frac{a}{b} - \frac{1}{b}(a - q)\right) = \frac{1}{n}\frac{q^2}{2b} = \frac{1}{n}KR_1 \qquad (47)$$

Für den Verkäufer bleibt somit:

$$KR_1 - \frac{1}{n}KR_1 = \frac{n-1}{n}KR_1 \qquad (48)$$

Ergo zieht der Anbieter bei n-facher Marktteilung $\frac{n-1}{n} \cdot \frac{1}{2b}q^2$ des potenziellen Tauschvorteils der Gegenseite auf sich.

6. Die optimale Anzahl der Teilmärkte

Neben der noch offenen Zahl der Segmente n ist nunmehr der Gesamtabsatz nq_l gesucht. Dabei seien die Kosten der Isolierung K_1 pro Schicht konstant (vgl. *Wagner*, 1997, S. 208 ff.):

$$K_1(n) = c(n-1) \tag{49}$$

Eine einzige Schicht, der Gesamtmarkt, verursacht also keine Segmentierungskosten. Die zu maximierende **Gewinnfunktion** lautet deshalb:

$$\begin{aligned} G(q,n) &= E(q) - K(q) - K_1(n) + \frac{n-1}{n} KR = \\ &= pq - K(q) - c(n-1) + \frac{n-1}{n} KR = \\ &= \frac{1}{b}(a-q)q - kq - c(n-1) + \frac{n-1}{n} \cdot \frac{q^2}{2b} \end{aligned} \tag{50}$$

Von Fixkosten wird hier (und später) abgesehen, Deckungsbeitrag und Gewinn stimmen deshalb stets überein. Die partielle Ableitung der Gewinnfunktion nach q liefert:

$$\frac{\partial G}{\partial q} = \frac{1}{b}(a-2q) - k + \frac{n-1}{n}\frac{q}{b} \overset{!}{=} 0 \tag{51}$$

Daraus folgt zum einen:

$$q = \frac{n(a-kb)}{n+1} \tag{52}$$

Ferner berechnet man:

$$\frac{\partial G}{\partial n} = -c + \frac{n-(n-1)}{n^2}\frac{q^2}{2b} \overset{!}{=} 0 \tag{53}$$

Somit resultiert andererseits:

$$q = n\sqrt{2bc} \tag{54}$$

Gleichsetzen von (52) und (54) bringt für die gewinnmaximale Anzahl der Märkte ($\hat{n}$):

$$\hat{n} = \frac{a-bk}{\sqrt{2bc}} - 1 \tag{55}$$

Nach Einsetzen dieses Ergebnisses in (54) weiß man über die optimale Gesamtmenge $(\hat{q})$ Bescheid:

$$\hat{q} = a - bk - \sqrt{2bc} \tag{56}$$

Als Streifenbreite ergibt sich:

$$\frac{\hat{q}}{\hat{n}} = q_1 = \sqrt{2bc} \tag{57}$$

Betrachten wir nochmals ein **Zahlenbeispiel**. Sei a = 16, b = 1, k = 4, c = 2. Dann erhält man $\hat{n} = \frac{16-4}{\sqrt{2 \cdot 2}} - 1 = 5$ so wie $\hat{q} = 16 - 4 - 2 = 10$. *Tab. 1* unterrichtet über die Marktergebnisse im Einzelnen. Die gesamten (variablen) Kosten betragen:

$$K_1 + k \cdot q = c(n-1) + k \cdot \hat{q} = 2 \cdot 4 + 4 \cdot 10 = 48 \tag{58}$$

Folglich summiert sich der Gewinn auf 52; das Einsetzen in die Formel (50) bestätigt dies:

$$G(q=10,n=5)=\underbrace{\frac{1}{1}(16-10)\cdot 10}_{E(q)}\ \underbrace{-4\cdot 10}_{kq}\ \underbrace{-2\cdot 4}_{c(n-1)}\ \underbrace{+\frac{5-1}{5}\cdot\frac{100}{2}}_{\frac{n-1}{n}\cdot KR}= \tag{59}$$

$$=60-48+\frac{4}{5}\cdot 50=52$$

Die Berechnung der Anzahl der Teilmärkte ist realiter ein Problem der ganzzahligen Optimierung; bei Zwischenwerten für $\hat{n}$ ist daher eine Prüfung der beiden entsprechenden natürlichen Zahlen vor und nach dem Ergebnis durchzuführen (vgl. *Huber*, 1994). Eine Zeichnung würde im Übrigen zeigen, dass die *Stackelberg*-Regel beachtet wird, die Aufgabe scheint somit gelöst zu sein.

Betrachten wir zum Vergleich das „einfache" Monopol. Wir berechnen zunächst den Monopolgewinn G_C:

$$G_C=\frac{1}{b}(a-q)q-kq=\frac{q}{b}(a-q-kb) \tag{60}$$

Die notwendige Bedingung für einen Extremwert lautet:

$$\frac{dG_C}{dq}=\frac{1}{b}(a-q-kb)+\frac{q}{b}(-1)\overset{!}{=}0 \tag{61}$$

Folglich beträgt der optimale Absatz q_C:

$$q_c=\frac{1}{2}(a-kb) \tag{62}$$

Der zugehörende *Cournot*-Preis p_C beläuft sich auf:

$$p_C=\frac{1}{b}(a-q_C)=\frac{1}{b}\left[a-\left(\frac{1}{2}(a-kb)\right)\right]=\frac{1}{b}\left(\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}kb\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}+k\right) \tag{63}$$

Für unser Zahlenbeispiel verbucht man als Monopolgewinn:

$$G_C=p_C\cdot q_C-kq_C=10\cdot 6-4\cdot 6=36 \tag{64}$$

Offensichtlich ist die Preisdifferenzierung gemäß *Stackelberg* in fünf Teilmärkte lohnend, denn der Gewinn beträgt dann 52. Jedoch ist es schwer vorstellbar, wie trotz der Berücksichtigung von Segmentierungskosten Arbitrage verhindert werden kann. Eigentlich kommt dabei nur die **persönliche** Preisdifferenzierung in Betracht, die einen gewissen Kontrollaufwand erfordert. Es handelt sich sozusagen um eine Variante der Preisdifferenzierung dritter Art; eigentlich existieren Teilmärkte, jedoch müssen Schranken errichtet werden, um Weiterverkäufe zu verhindern. Eine einschlägige Lieferpolitik (vgl. *Helmedag*, 1998) mag dies gleichfalls leisten. Außerdem steht die Frage im Raum, welche Rabattstaffel bzw. Packungsgröße im Fall mengenvariabler individueller Nachfrage angezeigt ist. Die Antwort darauf muss einer besonderen Untersuchung vorbehalten bleiben.

Absatz-schicht	Teil-menge	Gesamt-menge	Preis	Umsatz
1	2	2	14	28
2	2	4	12	24
3	2	6	10	20
4	2	8	8	16
5	2	10	6	12
Gesamtumsatz				100

Tab.1:Fünf Teilmärkte

Literatur

Coase, R., Durability and Monopoly, in: Journal of Law and Economics, Vol. 15 (1972), S. 143–149.

Helmedag, F., Monopolistische Preispolitik bei horizontaler Produktdifferenzierung: Eine Ortsbesichtigung aus wohlfahrtstheoretischer Perspektive, in: *R. Hüpen, T. Werbeck* (Hrsg.), Wirtschaftslehre zwischen Modell und Realität, Tycho Seitz zum 65. Geburtstag, Stuttgart 1998, S. 43–58.

Huber, P., Optimale Preisdifferenzierung beim Angebotsmonopol, in: *A. E. Ott* (Hrsg.), Probleme der unvollkommenen Konkurrenz, Tübingen 1994, S. 91–102.

Ott, A. E., Zum Problem der Preisdifferenzierung, in: Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik, Bd. 95 (1959), S. 465–477.

Ott, A. E., Grundzüge der Preistheorie, 3. Aufl., Göttingen 1991.

Stackelberg, H., v, Preisdiskrimination bei willkürlicher Teilung des Marktes, in: Archiv für mathematische Wirtschafts- und Sozialforschung, Bd. 5 (1939), S. 1–11, wieder abgedruckt in: *A. E. Ott,* (Hrsg.), Preistheorie, 3. Aufl., Köln 1968, S. 379–389.

Wagner, A., Mikroökonomik, 4. Aufl., Stuttgart 1997.