

# Preis- und Mengenwirkungen der Besteuerung des ökonomischen Tausches

Symbole:

$E :=$  Erlös [ $Geld/Zeit$ ]

$M :=$  Mengensteuer [ $Geld/Menge$ ]

$n :=$  netto

$b :=$  brutto

$T :=$  Steuer pro Einheit [ $Geld/Menge$ ]

$q :=$  Menge [ $Menge/Zeit$ ]

$q_S :=$  Sättigungsmenge [ $Menge/Zeit$ ]

$m :=$  Preisempfindlichkeit  $\frac{dq}{dp} \left[ \frac{Menge}{Zeit} \cdot \frac{Menge}{Geld} \right]$

$k :=$  Stückkosten [ $Geld/Menge$ ]

$p :=$  Preis [ $Geld/Menge$ ]

$p_R :=$  Reservationspreis [ $Geld/Menge$ ]

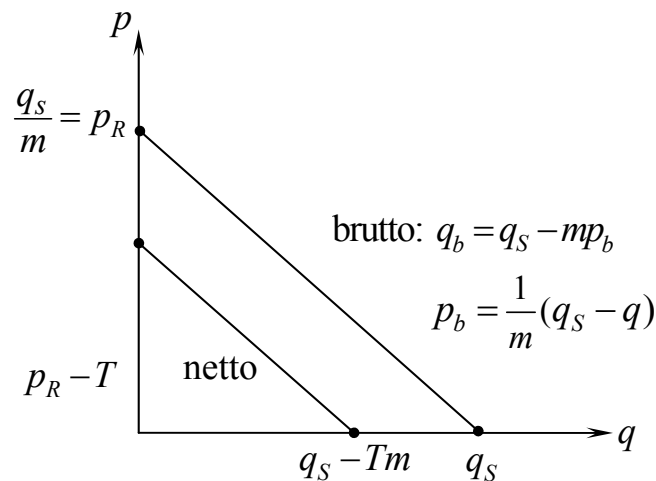
## 1. Mengen- bzw. Verbrauchssteuern

$$E_n^M = p_b^M \cdot q - T \cdot q = p_n^M \cdot q \quad | : q \quad (1.1)$$

Lineare Nachfragefunktion:

$$p_n^M = p_b^M - T \stackrel{!}{=} \frac{1}{m} (q_S - q) - T \quad (1.2)$$

$$\text{für } p_n^M = 0 \Rightarrow q_{\max} = q_S - Tm$$



Mikroökonomik:

$$\text{Monopolpreis} = \frac{1}{2} \cdot (p_R + k) \quad (1.3)$$

$$\text{Monopolmenge} = \frac{1}{2} \cdot (q_S - km) \quad (1.4)$$

$$p_n^{M^*} = \frac{1}{2} (p_R - T + k) \quad (1.5)$$

$$q_n^{M^*} = \frac{1}{2} (q_S - Tm - km) \quad (1.6)$$

$$p_b^{M^*} = \frac{1}{2} (p_R + T + k) = p_n^{M^*} + T \quad (1.7)$$

$$\frac{dp_b^M}{dT} = \frac{1}{2} > 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{dq_n^{M^*}}{dT} = -\frac{1}{2} m < 0 \quad (1.9)$$

unabhängig von k!  
Preis ↑, Menge ↓

$$\frac{dp_b^{M^*}}{dk} = \frac{1}{2} \quad (1.10)$$

$$\frac{dq_n^{M^*}}{dk} = -\frac{1}{2}m \quad (1.11)$$

Steueraufkommen:

$$T^M = T \cdot q_n^{M^*} = T \cdot \frac{1}{2}(q_S - Tm - km) \quad (1.12)$$

$$\frac{dT^M}{dT} = \frac{1}{2}(q_S - mk) - Tm \stackrel{!}{=} 0 \quad (1.13)$$

$$T^* = \frac{q_S - km}{2m} = \frac{1}{2}(p_R - k) \quad (1.14)$$

(1.14) in (1.6):

$$q_n^{M^*}(T^*) = \frac{1}{2} \left( q_S - \frac{q_S - km}{2m} \cdot m - km \right) = \frac{1}{4}(q_S - km) \quad (1.15)$$

Bei ertragsmaximaler Mengensteuer wird die Monopolmenge bei Steuerfreiheit halbiert (vgl. (1.4)).

(1.14) in (1.5):

$$p_n^{M^*}(T^*) = \frac{1}{2} \left( p_R - \frac{q_S - km}{2m} + k \right) = \frac{1}{4}(p_R + 3k) \quad (1.16)$$

(1.14) in (1.7):

$$p_b^{M^*}(T^*) = \frac{1}{4}(p_R + 3k) + \frac{1}{2}(p_R - k) = \frac{1}{4} \cdot (3p_R + k) \quad (1.17)$$

Nettoerlös ohne Steuern:

$$E_n(T^*) = q_n^{M^*}(T^*) \cdot p_n^{M^*}(T^*) = \frac{1}{16}(q_S - km)(p_R + 3k) \quad (1.18)$$

(1.15) · (1.16)

$T^M(T^*)$  = maximales Mengensteueraufkommen aus (1.15) und (1.14):

$$\begin{aligned} T^M(T^*) &= q_n^{M^*}(T^*) \cdot T^* = \frac{1}{8}(q_S - km)(p_R - k) = \\ &= \frac{1}{8} \left( \frac{q_S^2}{m} - 2kq_S + k^2m \right) = \frac{1}{8}(q_S(p_R - 2k) + k^2m) = \\ &= \frac{1}{8}m(p_R - k)(p_R - k) = \frac{1}{8}m(p_R - k)^2 \end{aligned} \quad (1.19)$$

## 2. Wert- bzw. Umsatzsteuer

„Verkehrssteuern“,  $t$  ist %-Satz

(Umsatz, Grunderwerb, Versicherung ...)

$$p_b^W = p_n^W(1 + t) \quad \text{„Preissteuer“} \quad (2.1)$$

$$p_n^W = \frac{p_b^W}{1 + t} \quad (2.2)$$

brutto:

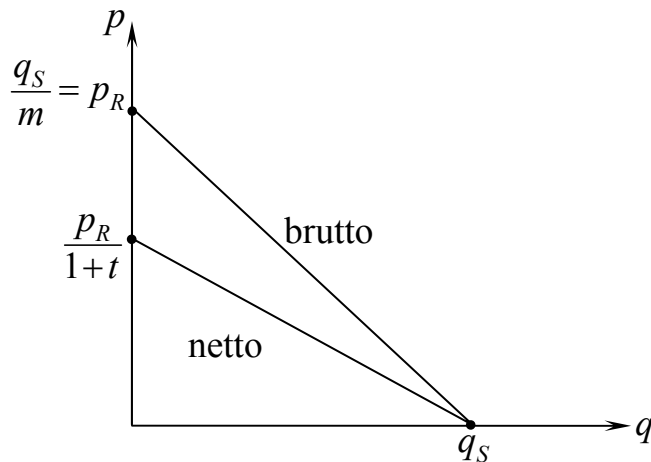
$$q_b = q_s - mp_b$$

$$p = \frac{1}{m}(q_s - q)$$

netto:

$$q_n = q_s - mp(1+t)$$

$$p = \frac{1}{m(1+t)}(q_s - q)$$



$$p_n^{W*} = \frac{1}{2} \left( \frac{p_R}{1+t} + k \right) \quad (2.3)$$

Aus  $q_n^W = q_s - p_n^{W*}(1+t)m$ :

$$q_n^{W*} = \frac{1}{2}(q_s - mk(1+t)) \quad (2.4)$$

$$p_b^{W*} = \frac{1}{2} \left( \frac{p_R}{(1+t)} + k \right) (1+t) = \frac{1}{2}(p_R + k(1+t)) \quad (2.5)$$

$$\frac{dp_b^{W*}}{dt} = \frac{1}{2}k > 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{dq_n^{W*}}{dt} = -\frac{1}{2}mk < 0 \quad (2.7)$$

kostenabhängig!

Für  $t > 0$ :

$$\frac{dp_b^{W^*}}{dk} = \frac{1}{2}(1+t) \quad (2.8) > \frac{dp_b^M}{dk} = \frac{1}{2} \quad (1.10)$$

$$\frac{dq_n^{W^*}}{dk} = -\frac{1}{2}m(1+t) \quad (2.9) < \frac{dq_n^{M^*}}{dk} = -\frac{1}{2}m \quad (1.11)$$

Bei Wertsteuern verändern Kostenerhöhungen die Preise und Mengen stärker als bei Mengensteuern.

Aus (2.3) und (2.4) folgt das Steueraufkommen:

$$\begin{aligned} T^W &= p_n^{W^*} \cdot q_n^{W^*} \cdot t = \frac{1}{4}t \left( \frac{p_R}{(1+t)} + k \right) m (p_R - k(1+t)) = \\ &= \frac{tm}{4(1+t)} (p_R^2 - k^2(1+t)^2) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\frac{dT^W}{dt} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \text{Polynom 3. Grades ...}$$

$$\text{sei } d := k \left[ k^2 + 54p_R^2 + 6p_R \sqrt{3} \sqrt{k^2 + 27p_R^2} \right] \quad (2.11)$$

$$t^* = \frac{1}{6} \left( k^{-1} d^{\frac{1}{3}} + kd^{-\frac{1}{3}} - 5 \right) \quad (2.12)$$

unabhängig von der Preisempfindlichkeit  $m$ !

### 3. Vergleich zwischen Mengen- und Wertsteuern

Bezugspunkt ist der gleiche Nettopreis für ein Maximum der Mengensteuer:

$$\begin{aligned}
 (1.16) = p_n^{M^*}(T^*) &= \frac{1}{4}(p_R + 3k) \stackrel{!}{=} p_n^{W^*} = \\
 &= \frac{1}{2} \left( \frac{p_R}{1+t} + k \right) = (2.3)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\Rightarrow \frac{p_R}{1+t_M} = \frac{2}{4}(p_R + 3k) - k \tag{3.2}$$

$$1 + t_M = \frac{p_R}{\frac{2}{4}(p_R + 3k) - k} = \frac{p_R}{\frac{p_R}{2} + \frac{k}{2}} \tag{3.3}$$

$$t_M = \frac{2p_R}{p_R + k} - 1 = \frac{p_R - k}{p_R + k} = \frac{q_S - km}{q_S + km} < 1 \tag{3.4}$$

Aus (2.10):

$$\begin{aligned}
 T^W(t_M) &= t_M \frac{m}{4(1+t_M)} \left( p_R^2 - (k(1+t_M))^2 \right) = \dots = \\
 &= \frac{p_R m (3k + p_R)(k - p_R)^2}{8(p_R + k)^2}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Das entsprechende Wertsteueraufkommen übertrifft das maximale Mengensteueraufkommen:

$$\begin{aligned}
 (3.5) - (1.19) &= T^W(t_M) - T^M(T^*) = \\
 &= \frac{p_R m (3k + p_R)(k - p_R)^2}{8(p_R + k)^2} - \frac{m}{8}(p_R - k)^2 = \quad (3.6) \\
 &= -\frac{m}{8} \cdot \frac{(k - p_R)^3}{(k + p_R)^2} > 0 \quad \text{für } 0 < k < p_R, m > 0
 \end{aligned}$$

Sei  $q_S = 16$ ,  $m = 1$ ,  $k = 4$ ,  $p_R = 16$

$$(1.14): \quad T^* = \frac{1}{2}(p_R - k) = \frac{1}{2}(16 - 4) = 6$$

$$(1.19): \quad T^M(T^*) = \frac{m}{8}(p_R - k)^2 = \frac{1}{8}(12)^2 = 18$$

$$(3.4): \quad t_M = \frac{p_R - k}{p_R + k} = \frac{12}{20} = 60\%$$

$$(1.16): \quad p_n^{M^*}(T^*) = \frac{1}{4}(p_R + 3k) = 7 =$$

$$(2.3): \quad = p_n^{W^*}(t_M) = \frac{1}{2} \left( \frac{p_R}{1 + t_M} + k \right) = \frac{14}{2}$$

**Tabelle: Wert- und Mengensteuern im Vergleich**

Besteuerung	Nettopreis	Menge	Steuersatz	Bruttopreis	Bruttoerlös	Nettoerlös	Steueraufkommen	Deckungsbeitrag
Menge	7	3	6	13	39	21	18	9
Wert	7	4,8	60 %	11,2	53,76	33,6	20,16	14,4

Da die Konsumenten bei größerer Menge und geringerem Bruttopreis eine größere Konsumentenrente genießen, profitieren alle Akteure bei einer Wertsteuer, denn auch das Steueraufkommen und der Deckungsbeitrag fallen höher aus.

Für den optimalen Wertsteuersatz folgt aus (2.12):

$$t^* = 118,1 \%$$

Als maximales Wertsteueraufkommen ergibt sich nach (2.10):

$$T^W(t^*) = 24,353$$